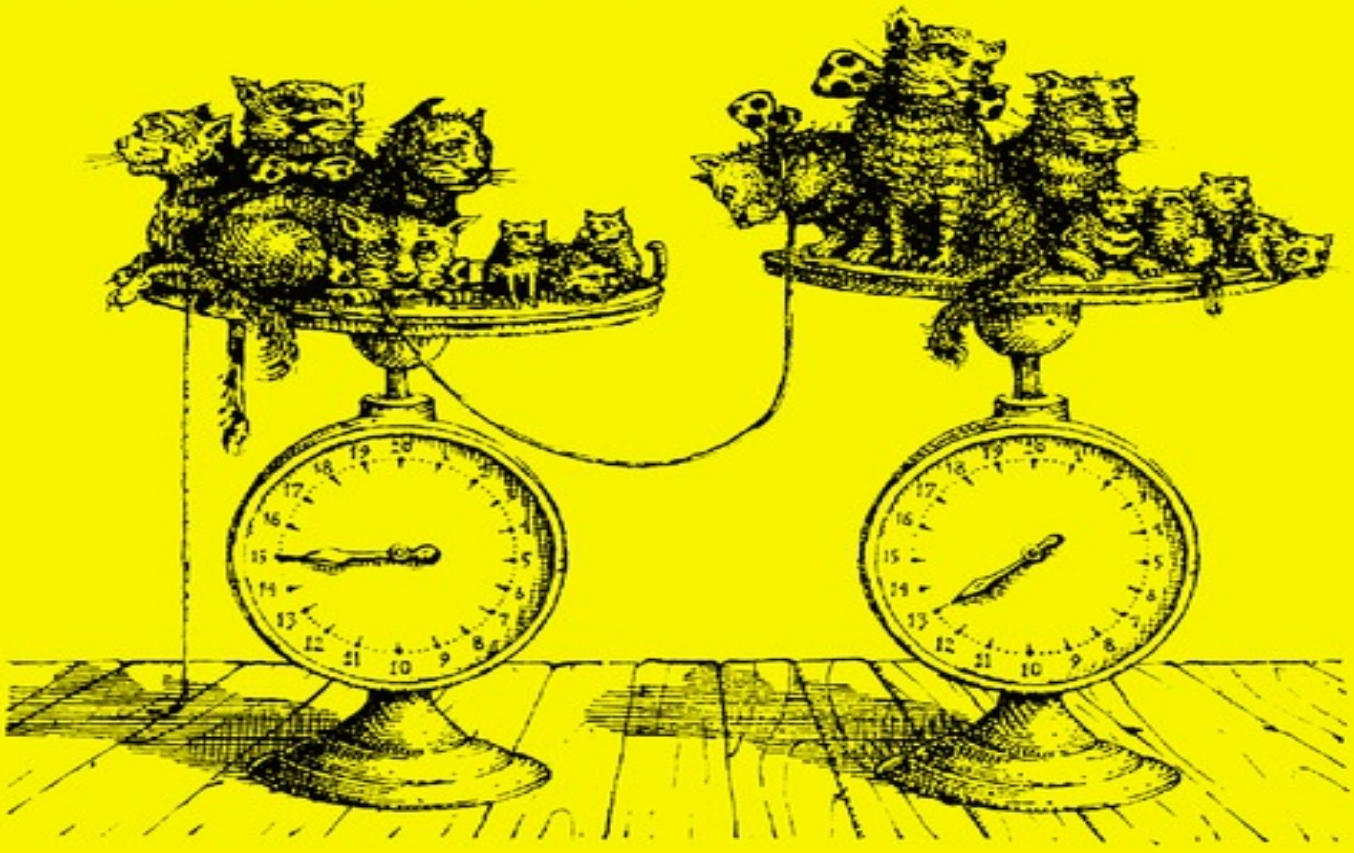
VISIT…

Я.И. ПЕРЕЛЬМАН

101 ГОЛОВОЛОМКА

Веселые задачи.
Простые, но каверзные.



Annotation

Сотня увлекательных головоломок для юных математиков. Это непростые, но интересные задачи научат логически рассуждать и нестандартно мыслить.

- Яков Исидорович Перельман
- Предисловие автора
- Головоломные размещения и занимательные перестановки
- 1. Белки и кролики
- 2. Чайный сервиз
- 3. Автомобильный гараж
- 4. Три дороги
- 5. Муха на занавеске
- 6. Дачники и коровы
- 7. Десять домов
- 8. Деревья в саду
- 9. Белая мышь
- 10. Из 18 спичек
- Решения задач 1-10
- Десять легких задач
- 11. Бочки
- 12. До половины
- 13. Невозможное равенство
- 14. Число волос
- 15. Цена переплета
- 16. Цена книги
- 17. Головы и ноги
- 18. На счетах
- 19. Редкая монета
- 20. Спаржа
- Решения задач 11-20
- Десять задач потруднее
- 21 Сколько прямоугольников
- 22. Реомюр и Цельсий

- 23. Столяр и плотники
- 24. Девять цифр
- 25. Книжный червь
- 26. Сложение и умножение
- 27. Стрельба на пароходе
- 28. Под водой
- 29. Как это сделано?
- 3 °Скорость поезда
- Решения задач 21-30
- Обманы зрения
- 31. Загадочный рисунок
- 32. Четыре фигуры
- 33. Три монеты
- 34. Кто длиннее?
- 35. Кривые ноги
- 36. Окружность пальца
- 37. Неожиданность
- 38. Воздушный шар
- 39. Дорожки сада
- 40. Какие линии?
- Решения задач 31-40
- Десять затруднительных положений
- 41. Жестокий закон
- 42. Милостивый закон
- 43. Учитель и ученик
- 44. На болоте
- 45. Три разведчика
- 46. Слишком много предков
- 47. В ожидании трамвая
- 48. Куда девался гость?
- 49. Без гирь
- 50. На неверных весах
- Решения задач 41-50
- Искусное разрезание и сшивание
- 51. Флаг морских разбойников
- 52. Красный крест
- 53. Из лоскутков

- 54. Два креста из одного
- 55. Лунный серп
- 56. Деление запятой
- 57. Развернуть куб
- 58. Составить квадрат
- 59. Четыре колодца
- 60. Куда девался квадратик?
- Решения задач 51-60
- Десять замысловатых задач
- 61. Дешевый сторож
- 62. Крестьянка и паровоз
- 63. Путешествие шмеля
- 64. Ящик
- 65. Две цепи
- 66. Мешки с мукой
- 67. Три дочери и два сына
- 68. Две свечи
- 69. Девятьсот поклонов
- 70. Наследство раджи
- Решения задач 61-70
- Десять задач о земле и небе
- 71. Всюду юг!
- 72. По телефону
- 73. Где начинаются дни недели?
- 74. Наперегонки с Землей
- 75. Закат солнца
- 76. Турецкий флаг
- 77. Задача-шутка
- 78. Закат Луны
- 79. Броненосец
- 80. Пароход и пловец на Луне
- Решения задач 71-80
- Фокусы и игры
- 81. Отгадчик
- 82. Арифметический фокус
- 83. Карточный фокус
- 84. Что получится?

- 85. Еще неожиданнее
- 86. Игра в «32»
- 87. То же, но наоборот
- 88. Игра в «27»
- 89. На иной лад
- 90. Из шести спичек
- Решения задач 81-90
- Геометрические силуэты
- 91. Игра на бильярде
- 92. оркестр
- 93. Восемь силуэтов
- 94. Еще шесть силуэтов
- 95. Где ошибка?
- 96. Самая крупная фигура
- 97. 24 силуэта
- 98. Размеры танграмов
- 99. Откуда взялась нога?
- 100. Два квадрата из одного
- Решения задач 91-100

Яков Исидорович Перельман
101 головоломка

Предисловие автора

Цель этой книжечки – дать материал для приятной умственной гимнастики, для тренировки сообразительности и находчивости. Предназначенная пополнить досуг юных математиков, книжка содержит, однако, не только математические головоломки: наряду с задачами арифметическими и геометрическими, в сборнике представлены головоломки из области физики, мироведения и логики. Есть здесь и задачи, не примыкающие ни к какому учебному предмету, но все же полезные как упражнения, подготавливающие ум к более серьезной работе. Так, задачи на перестановки и размещения приучают к систематическим поискам решения, зрительные обманы способствуют развитию наблюдательности, развлечения с разрезыванием фигур и составлением силуэтов развивают геометрическое воображение.

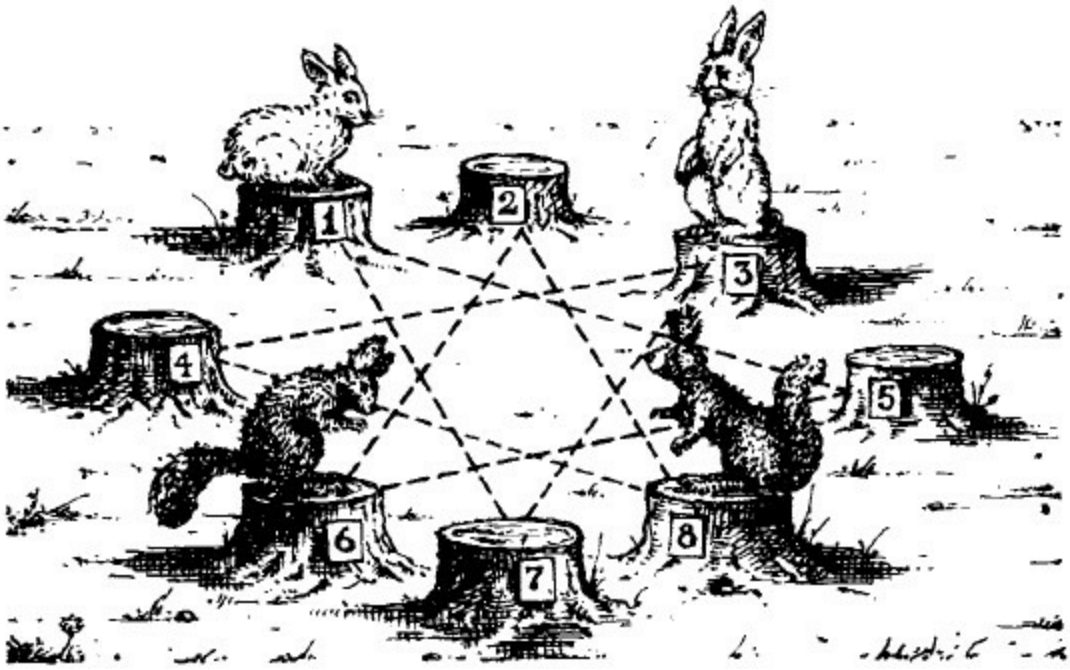
На русском языке уже имеются сборники подобного типа. Появление еще одного было бы излишним, если бы составитель не стремился освежить традиционный материал несколькими десятками частью новых, придуманных им самим, частью малоизвестных задач, почерпнутых из иностранных источников. Задачи предполагают у читателя лишь элементарные познания и предназначены преимущественно тем, кому еще предстоит изучать математику.

Второе издание этой книги, вышедшее в 1919–1920 гг. в весьма большом числе экземпляров, было перепечатано с первого без существенных изменений.

Для третьего издания текст заново отредактирован и некоторые задачи по различным соображениям заменены другими.

Октябрь, 1924

Головоломные размещения и занимательные перестановки



1. Белки и кролики

Перед вами восемь перенумерованных пней (рис. 1). На пнях 1 и 3 сидят кролики, на пнях 6 и 8 – белки. И белки, и кролики почему-то недовольны своими местами и хотят обменяться пнями: белки желают сидеть на местах кроликов, а кролики – на местах белок. Попасть на новое место они могут, прыгая с пня на пень по следующим правилам:

1) прыгать с пня на пень можно только по тем линиям, которые показаны на рисунке; каждый зверек может делать несколько прыжков кряду;

2) два зверька на одном пне поместиться не могут, поэтому прыгать можно только на свободный пень. Имейте также в виду, что зверьки желают обменяться местами за наименьшее число прыжков. Впрочем, меньше чем 16 прыжками им не обойтись.

Как же они это сделают?

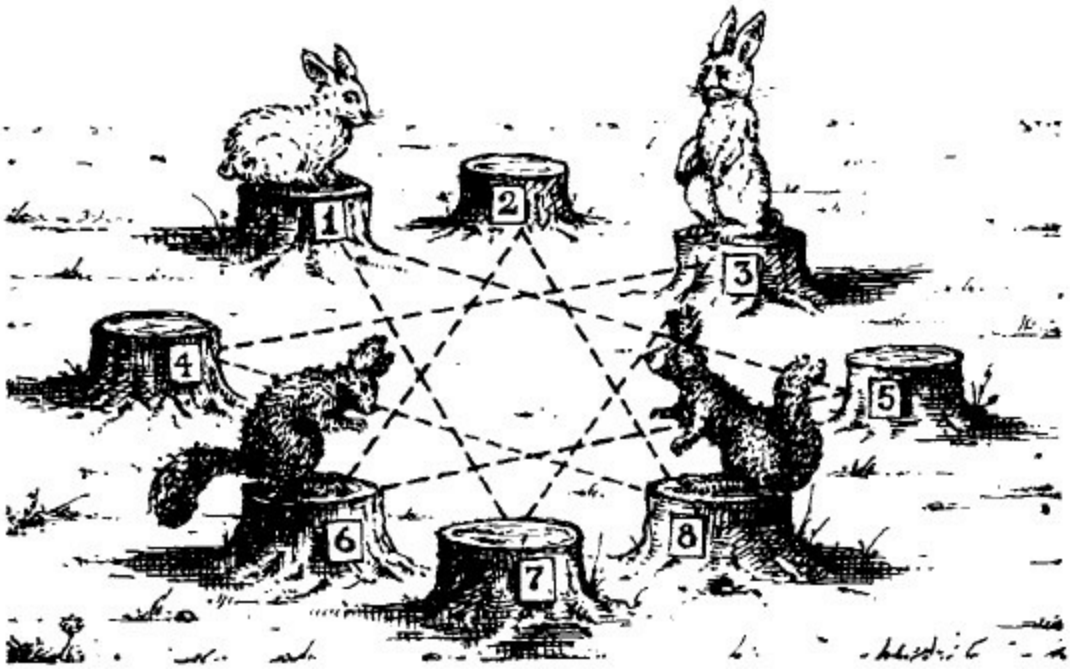


Рис. 1. На полянке.

2. Чайный сервиз

Мне пришлось как-то целый вечер ждать поезд на маленькой станции. Не было ни книг, ни газет, ни собеседников, и я не знал, чем наполнить часы ожидания. К счастью, я вспомнил об одной занимательной задаче, которая незадолго до того попалась мне в иностранном журнале. Задача состояла в следующем.

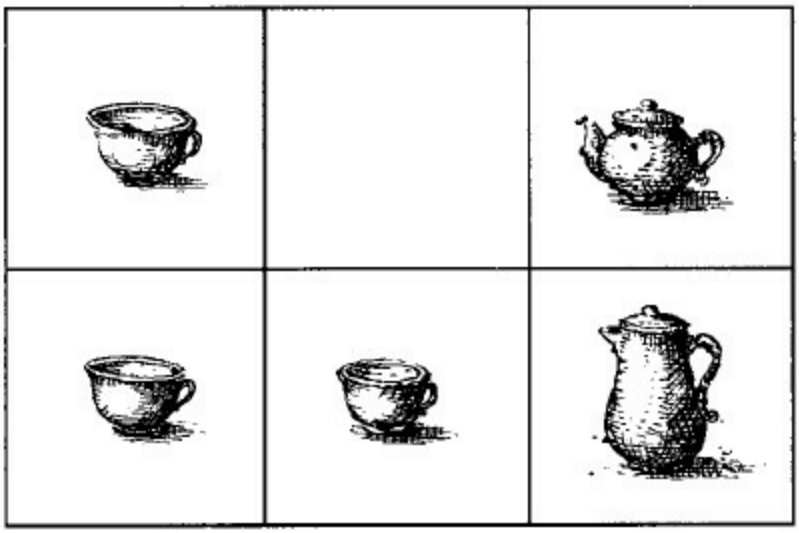


Рис. *2.* Стол, накрытый к чаю.

Стол разграфлен на 6 квадратов, в каждом из которых, кроме одного, помещается какой-нибудь предмет. Я воспользовался чайной посудой и разместил по квадратам чашки, чайник и молочник, как показано на рис. 2.

Суть задачи в том, чтобы поменять местами чайник и молочник, передвигая предметы из одного квадрата в другой по определенным правилам, а именно:

1) предмет перемещать только в тот квадрат, который окажется свободным;

2) нельзя передвигать предметы по диагонали квадрата;

3) нельзя переносить один предмет поверх другого;

4) нельзя также помещать в квадрат более одного предмета, даже временно.

Эта задача имеет много решений, но интересно найти самое короткое, т. е. обменять местами чайник и молочник за наименьшее число ходов.

В поисках решения незаметно прошел вечер; я покидал станцию, так и не найдя кратчайшего решения.

Может быть, читатели найдут его? На всякий случай предупреждаю, что искомое наименьшее число ходов все же больше дюжины, хотя и меньше полутора дюжин.

3. Автомобильный гараж

На нашем чертеже изображен план автомобильного гаража с помещениями для двенадцати автомобилей. Но помещение так неудобно, так мало, что у заведующего гаражом постоянно возникают затруднения. Вот одно из них. Предположим, что восемь автомобилей стоят так, как показано на рис. 3. Автомобили 1,2, 3 и 4 необходимо поменять местами с автомобилями 5, 6, 7 и 8.

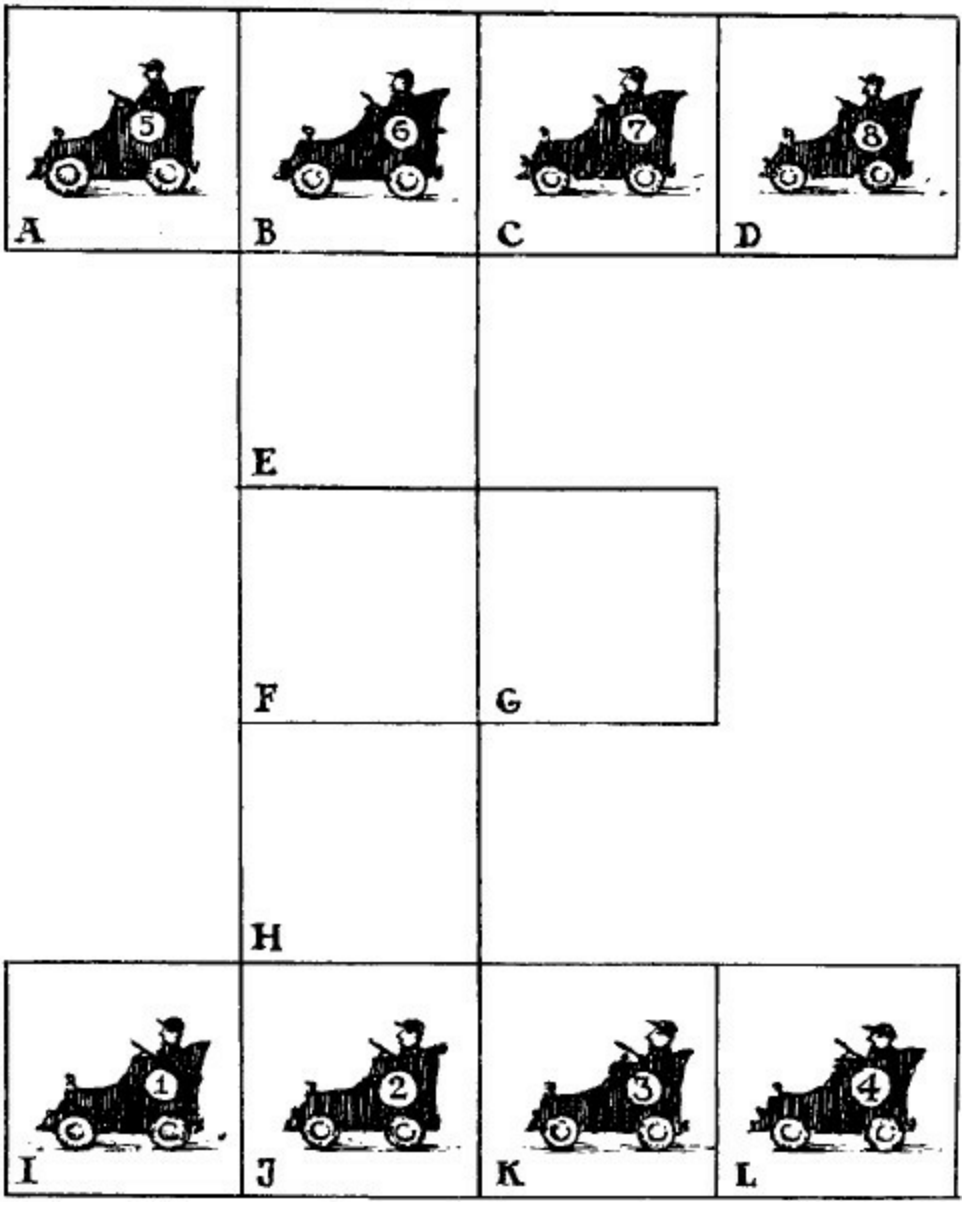


Рис. 3. В гараже.

Как это сделать за наименьшее число переездов? Надо заметить, что два автомобиля двигаться одновременно не могут и что в каждом отсеке гаража помещается только один автомобиль.

4. Три дороги

Три брата – Петр, Павел и Яков – получили невдалеке от их домов три участка земли, расположенные рядом. Каждый устроил на своем участке огород. Как видно из рис. 4, дома Петра, Павла и Якова и отведенные братьям земельные участки расположены не совсем удобно. Но братья не могли договориться об обмене. А так как кратчайшие пути к огородам пересекались, то между ними вскоре начались столкновения, перешедшие в ссоры. Желая прекратить распри, братья решили отыскать такие пути к своим участкам, чтобы не пересекать друг другу дороги. После долгих поисков они нашли такие три пути и теперь ежедневно ходят на свои огороды, не встречаясь друг с другом.

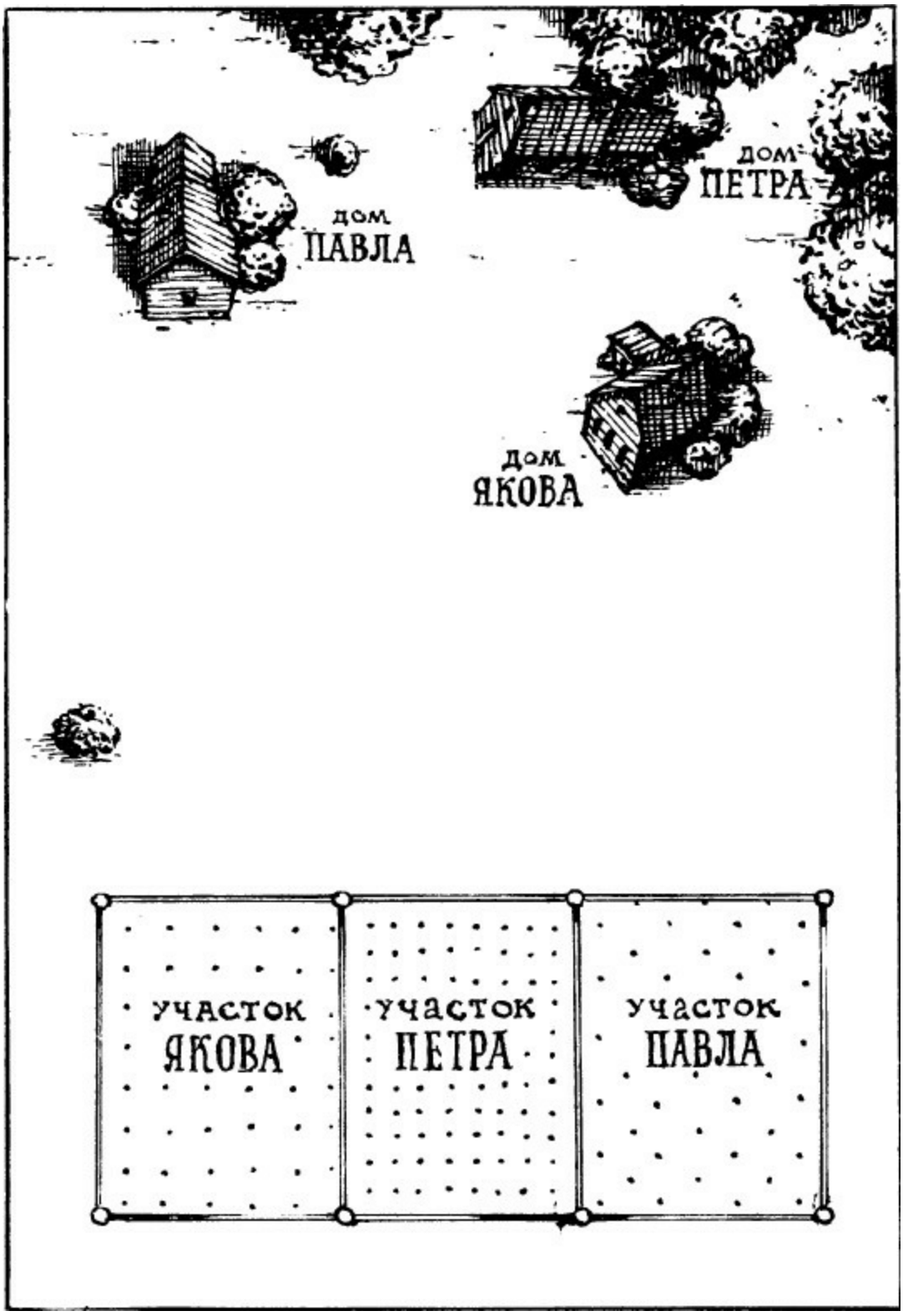


Рис. 4. Три дома – три участка.
Можете ли вы указать эти пути?

5. Муха на занавеске

На оконной занавеске с рисунком в клетку уселись 9 мух. Случайно они расположились так, что никакие две мухи не оказались в одном и том же ряду – ни прямом, ни косом (рис. 5).

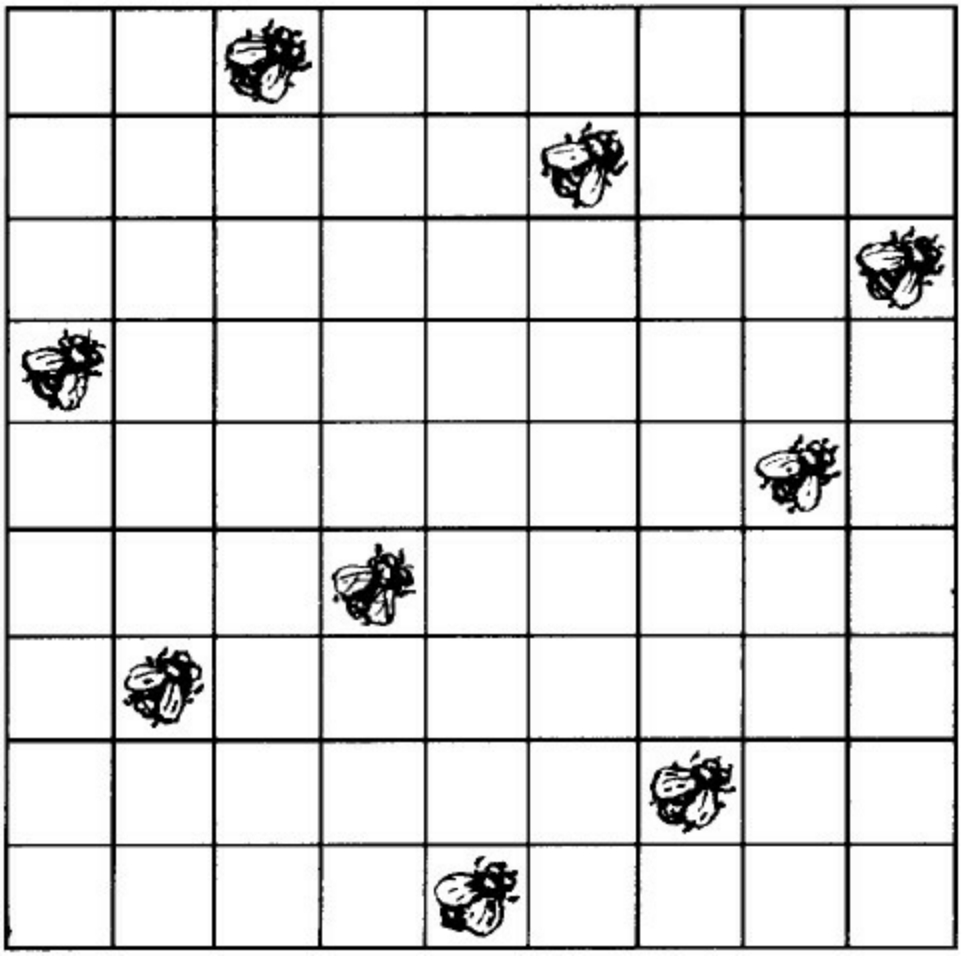


Рис. 5. Мухи на занавеске.

Спустя несколько минут три мухи сменили места и переползли в соседние, незанятые клетки; остальные 6 не двигались. Но забавно: хотя три мухи перешли на другие места, все 9 снова оказались размещенными так, что никакая пара не находилась в одном прямом или косом ряду. Можете ли вы сказать, какие три мухи и куда пересели?

6. Дачники и коровы

Вокруг озера расположены четыре дачи, а почти прямо на берегу – четыре коровника. Владельцы дач хотят соорудить сплошной забор так, чтобы озеро было закрыто от коров, но в то же время доступно для дачников, любящих купаться (рис. 6).

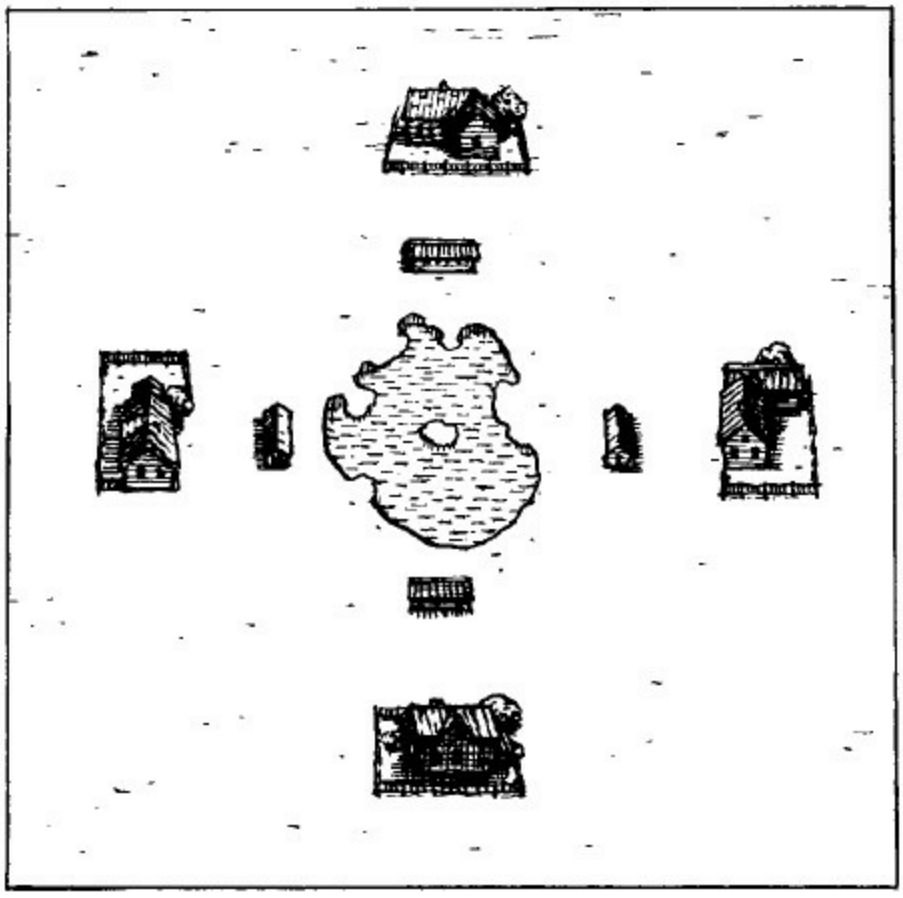


Рис. 6. Дачники и коровы.

Исполнимо ли их желание? Если исполнимо, то как нужно построить забор, чтобы он имел наименьшую длину и, следовательно, обошелся возможно дешевле?

7. Десять домов

Некто желал построить 10 домов, соединенных между собой крепкими стенами. Стены должны тянуться пятью прямыми линиями, с четырьмя домами на каждой. Приглашенный архитектор представил план, который вы видите здесь на рис. 7.

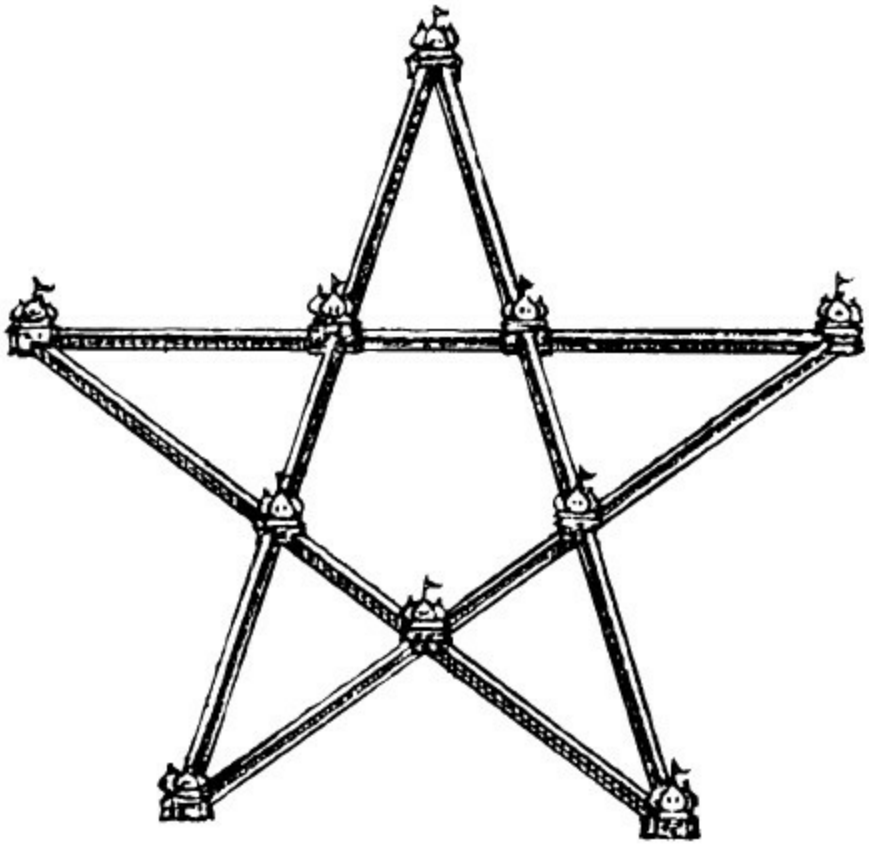


Рис. 7. Дома и стены.

Этим планом заказчик остался недоволен: ведь при таком расположении можно подойти свободно к любому дому, а ему хотелось, чтобы если не все, то хоть один или два дома были защищены стенами от нападения извне. Архитектор вообразил, что нельзя удовлетворить этому условию, раз 10 домов должны быть расположены по 4 на каждой из пяти линий. Но заказчик настаивал на своем. Долго ломал архитектор голову над этой задачей и, наконец, решил ее. Может быть, и вам посчастливится найти такое расположение 10 домов и 5 соединяющих их прямых стен, чтобы требуемое условие было выполнено.

8. Деревья в саду

В саду росло 49 деревьев, и вы можете видеть на рис. 8, как они были расположены. Садовник нашел, что деревьев слишком много; он желал расчистить сад от лишних деревьев, чтобы удобнее было разбить цветники. Позвав работника, он дал ему такое распоряжение:

– Оставь только 5 рядов деревьев, по 4 в каждом ряду. Остальные сруби и возьми себе на дрова.

Когда рубка кончилась, садовник вышел посмотреть работу. К его огорчению, сад был почти опустошен: вместо 20 деревьев работник оставил только 10, срубив 39 деревьев!

– Почему ты вырубил так много? Ведь тебе сказано было оставить 20 деревьев, – упрекал его садовник.

– Нет, не 20, мне сказано было оставить 5 рядов по 4 дерева в каждом. Я так и сделал – посмотрите.

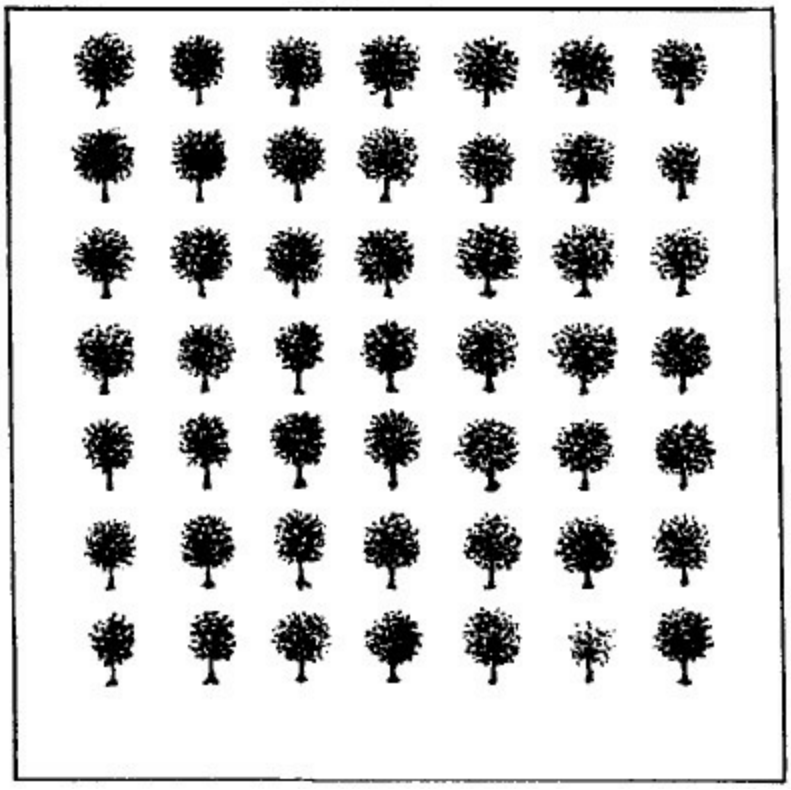


Рис. 8. Сад до вырубки деревьев.

И в самом деле, садовник с изумлением убедился, что оставшиеся на корню 10 деревьев образуют 5 рядов по 4 дерева в каждом.

Приказание его было исполнено буквально, но вместо 29 деревьев работник вырубил 39. Как он ухитрился это сделать?

9. Белая мышь

Все 13 мышей, окружающие кошку (рис. 9), обречены попасть ей на обед. Но кошка желает съесть их в определенном порядке: каждый раз она отсчитывает по кругу, в том направлении, в каком мыши глядят, 13-ю, и съедает ее.

С какой мыши она должна начать, чтобы белая оказалась съеденной последней?

Рис. 9. Кошка и мышки.

10. Из 18 спичек

Из 18 спичек нетрудно сложить два четырехугольника так, чтобы один был вдвое больше другого по площади (рис. 10).

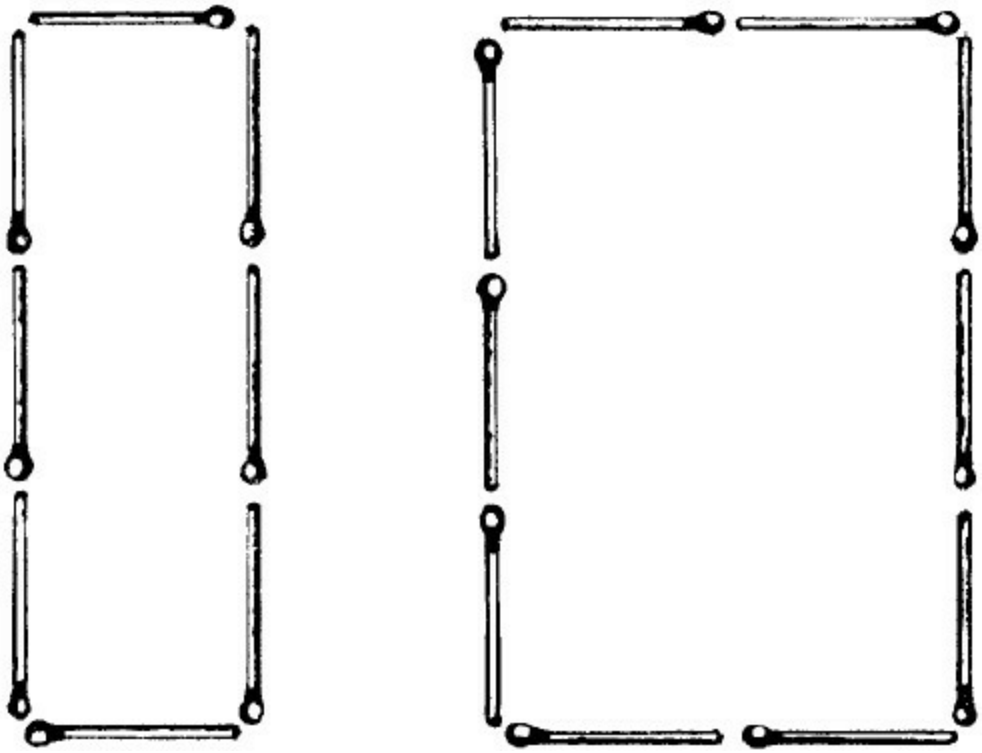


Рис. 10. Спичечная геометрия.

Но сложите из тех же спичек два таких четырехугольника, чтобы один был в три раза больше другого по площади!

Решения задач 1-10

1. Ниже указан самый короткий способ обмена. Цифры показывают, с какого пня на какой надо прыгать (например, 1–5 означает, что белка прыгает с 1-го пня на 5-й). Всех прыжков понадобится 16, а именно:

1-5;
3 – 7, 7–1;
8 – 4, 4–3, 3–7;
6 – 2, 2–8, 8–4, 4–3;
5 – 6, 6–2, 2–8;
1 – 5, 5–6;
7-1.

2. Для удобства заменим чайную посуду цифрами. Тогда задача представится в таком виде: надо поменять местами предметы 2 и 5.

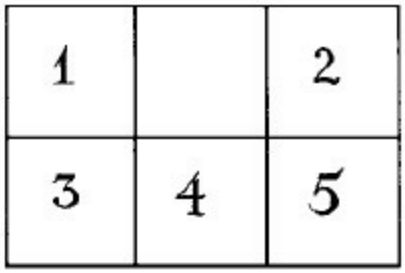


Рис. 11. Задачи о перестановке чайной посуды.

Вот порядок, в каком их следует передвигать на свободный квадрат:

2, 5, 4, 2,1,3, 2, 4, 5,1,4, 2, 3,4,1,5, 2.

Задача решается в 17 ходов; более короткого решения нет.

3. В таблице показаны по порядку все переезды, необходимые для того, чтобы помочь заведующему гаражом выйти из затруднительного положения. Цифры обозначают номера автомобилей, а буквы – соответствующие помещения. (6-С означает, что автомобиль 6 ставится в отделение Сит. п.)

Всех переездов понадобится 43. Вот они:

6-C	4-A	1-C	3-G
2-B	7-F	2-J	6-1
1-E	8-E	7-H	2-J
3-H	4-D	1-A	5-H
4-1	8-C	7-G	3-C
3-L	7-A	2-B	5-G
6-K	8-G	6-E	3-B
4-G	5-C	3-H	6-E
1-I	2-B	8-L	5-I
2-J	1-E	3-1	6-J
5-H	8-1	7-K	

4. Три непересекающихся пути показаны на рис. 12. И Петру, и Павлу приходится идти довольно извилистой дорогой – но зато братья избегают нежелательных встреч.

5. Стрелки на рис. 13 показывают, какие мухи переменили место и с каких клеток они пересели.

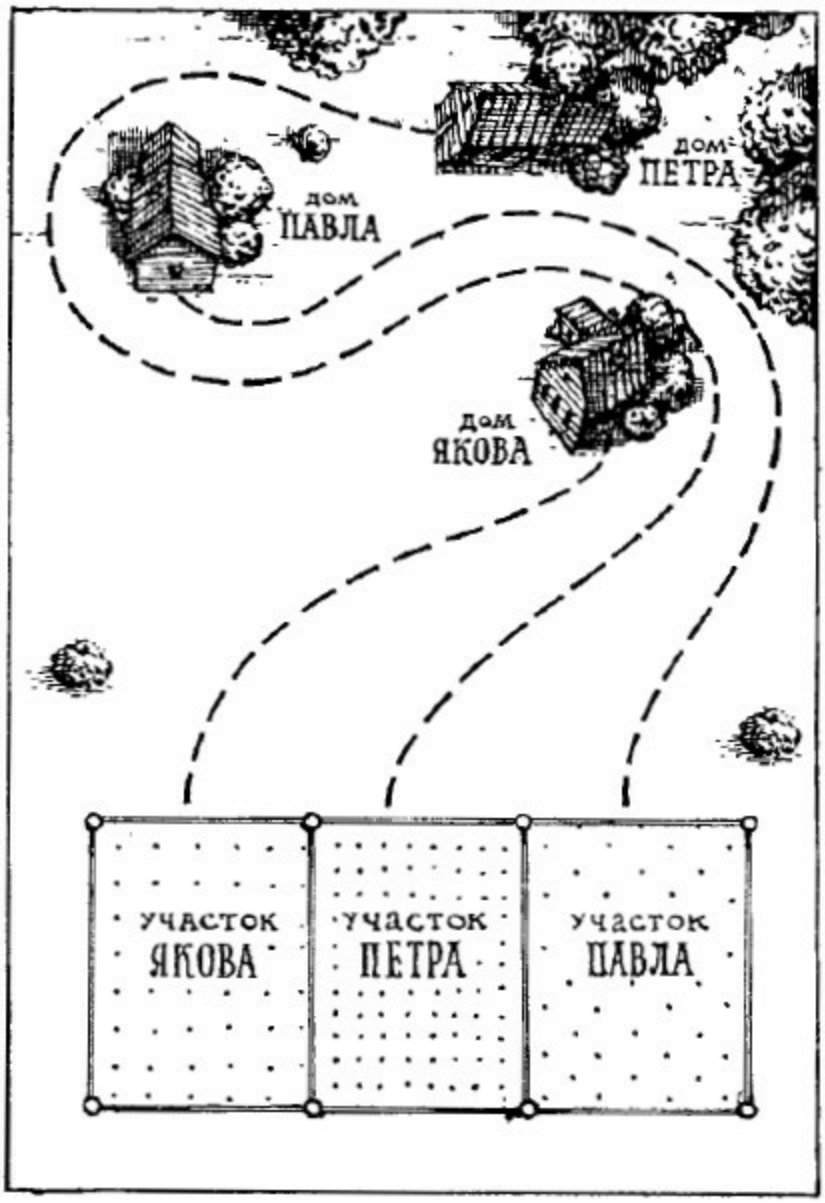


Рис. 12. Три непересекающихся пути.

6. Забор можно поставить двумя способами (рис. 14 а, б). Забор, построенный по второму плану, короче и, следовательно, дешевле.

7. Вот единственное расположение, при котором 2 дома находятся в безопасности от нападения извне (рис. 15).

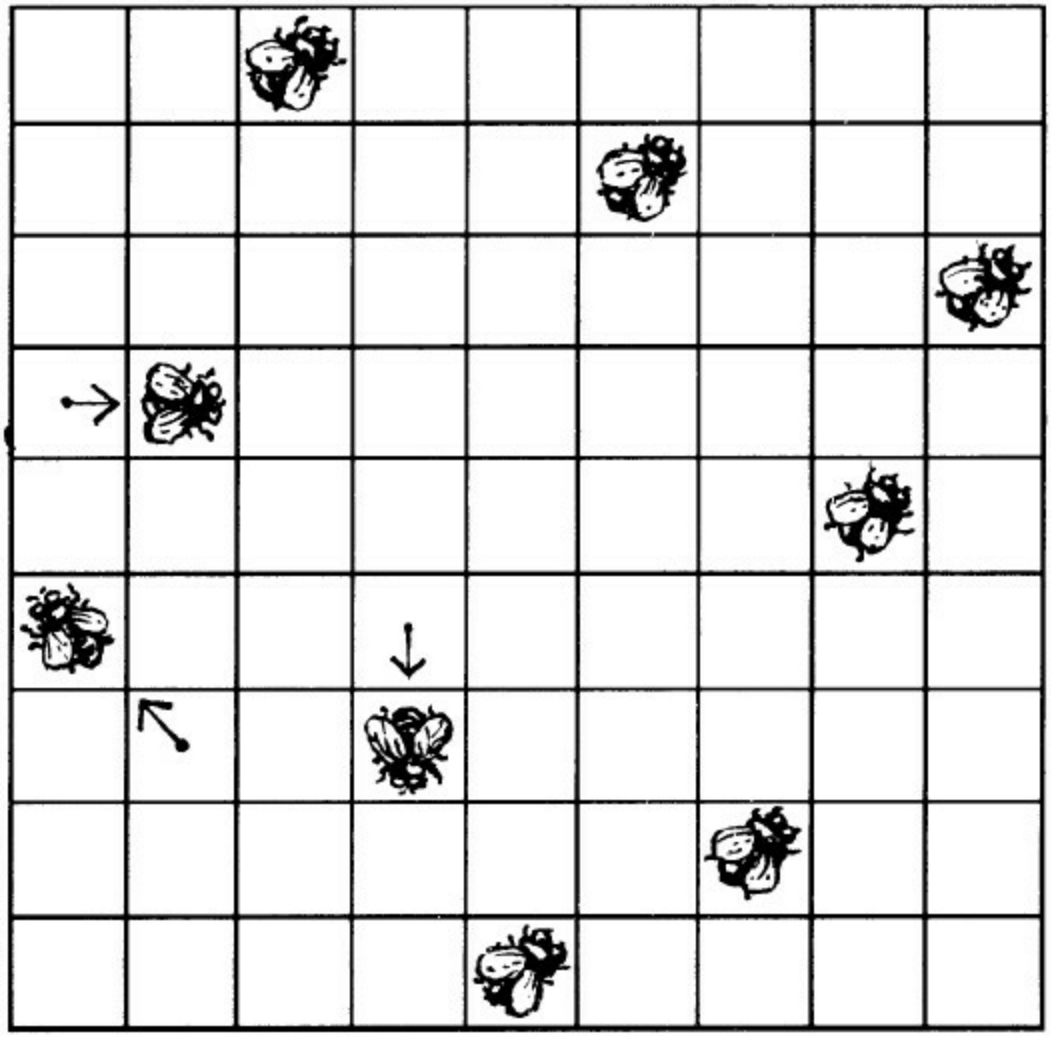


Рис. 13. Мухи на занавеске (в новой позиции).

Все 10 домов расположены здесь, как требовалось в задаче: по 4 на каждой из пяти прямых стен.

8. Деревья, оставшиеся несрубленными, расположены так, как показано на рис. 16. Как видите, они действительно образуют 5 прямых рядов, и в каждом ряду 4 дерева.

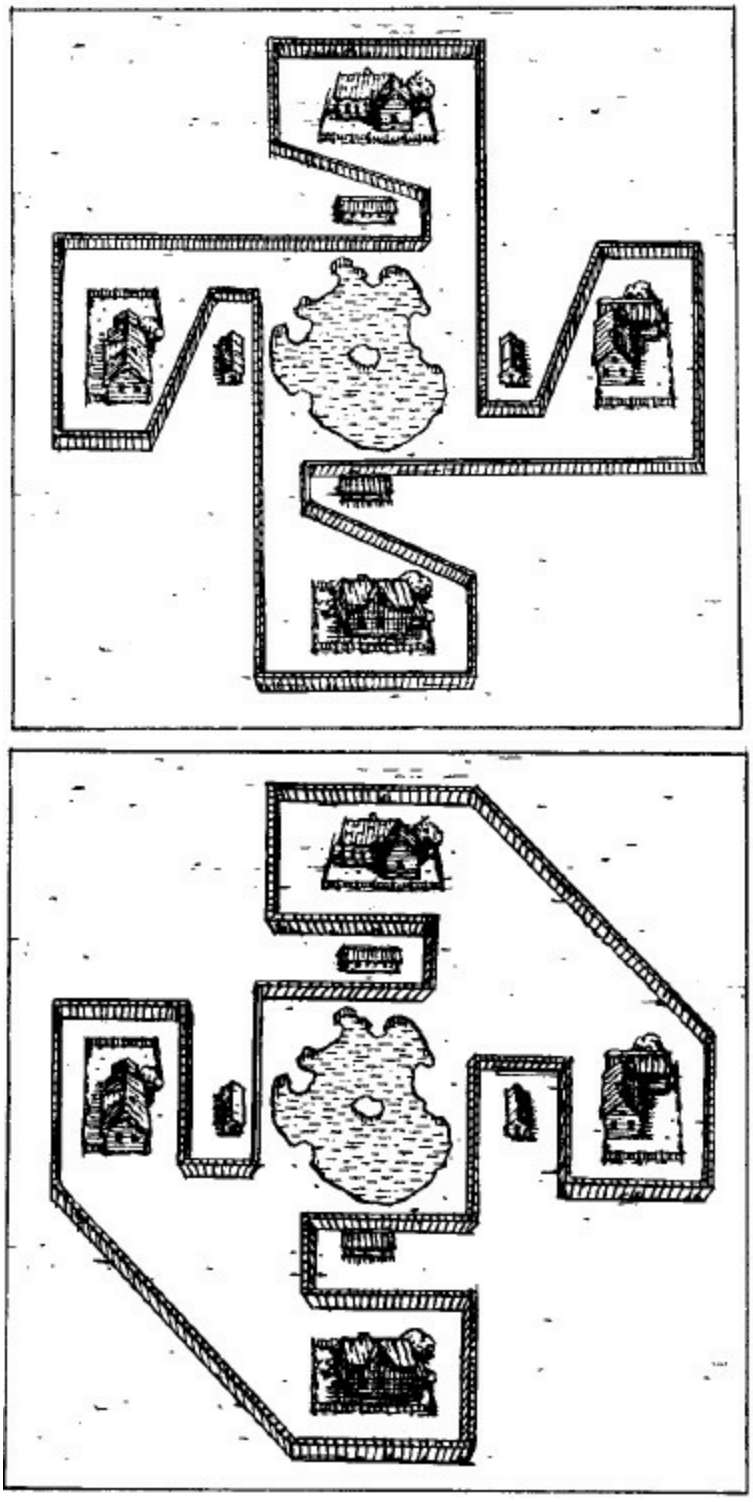


Рис. 14 а, б. Как оградить озеро от коров.

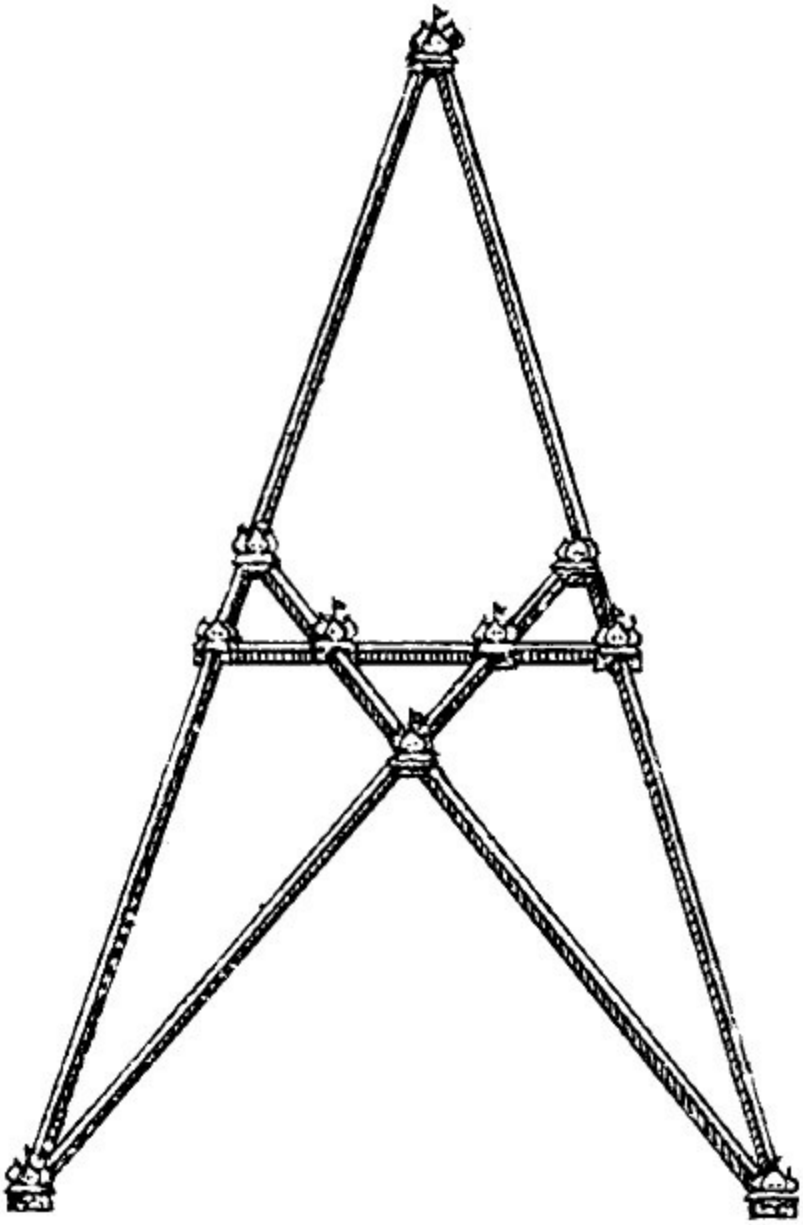


Рис. 15. Дома и стены (два дома в безопасности).

9. Кошка должна съесть первой ту мышь, которая находится у кончика ее хвоста (рис. 9).

Попробуйте, начав с этой мыши счет по часовой стрелке, зачеркивать каждую 13-ю мышь, и вы убедитесь, что белая мышь будет зачеркнута последней.

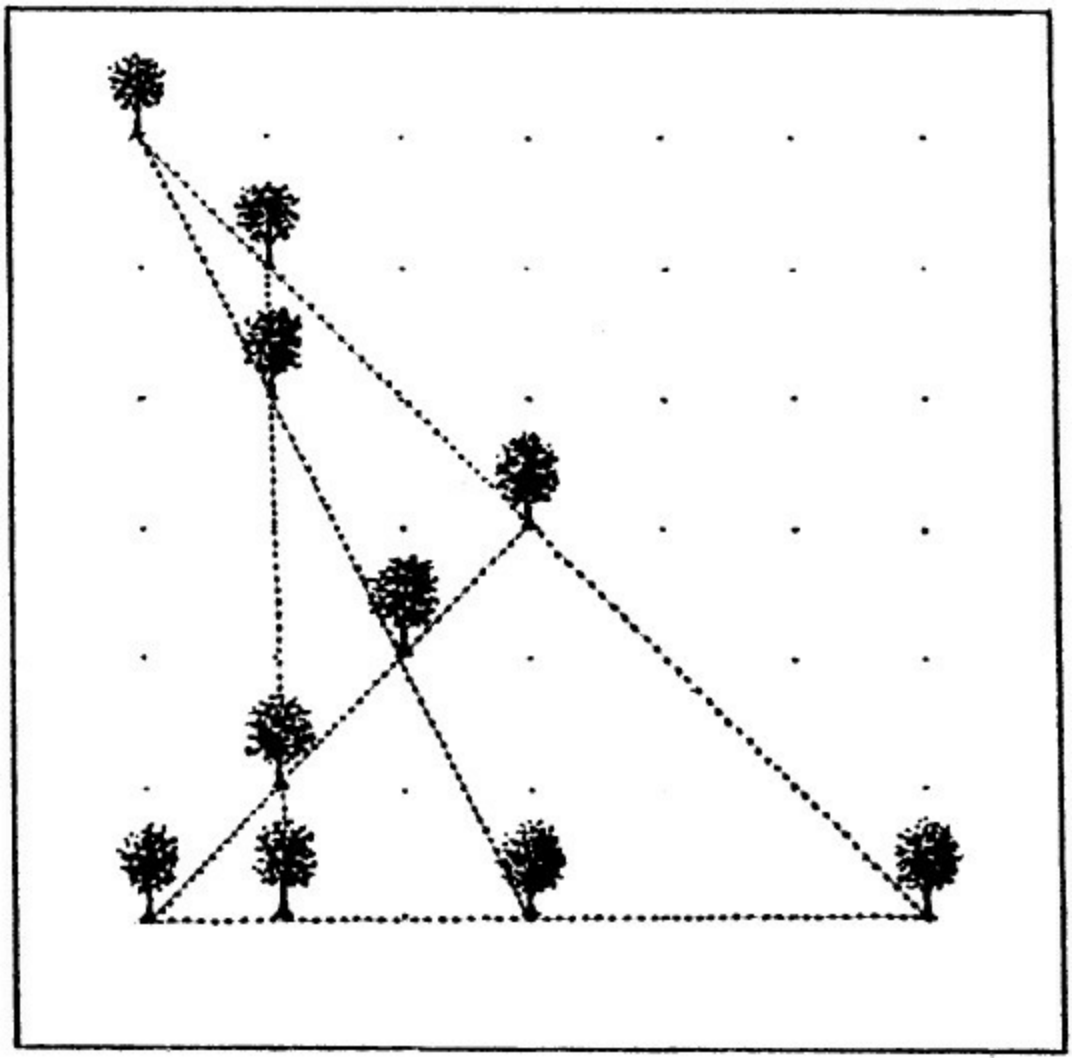


Рис. 16. Сад после вырубки деревьев.

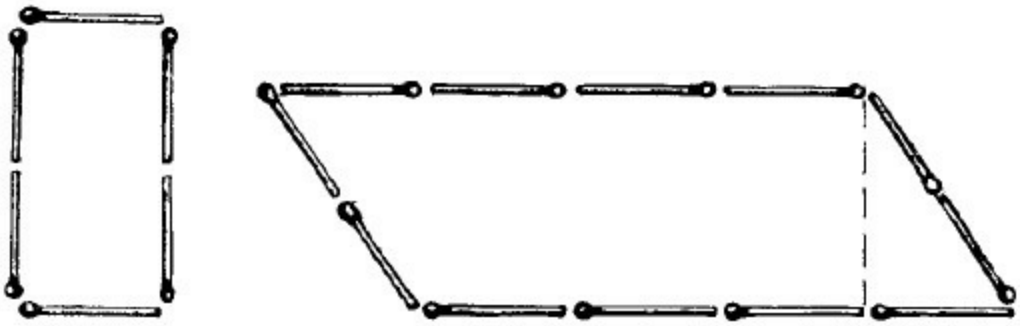


Рис. 17.

10. На рис. 17 показано, как надо сложить из 18 спичек два четырехугольника, чтобы один был *втрое* больше другого по площади. Второй четырехугольник является параллелограммом с высотой, равной 11/2 спичкам. Площадь параллелограмма равна его основанию, умноженному на высоту. В основании нашего параллелограмма лежат 4

спички, высота же равна 11/2 спичкам; следовательно, площадь равна 4 × 11/2, т. е. 6 таким квадратикам, каких в меньшем четырехугольнике 2. Итак, правый четырехугольник имеет площадь втрое большую, нежели левый.

Десять легких задач

11. Бочки

В магазин доставили 6 бочек керосина. На рис. 18 обозначено, сколько ведер было в каждой бочке. В первый же день нашлось два покупателя; один купил целиком две бочки, другой – три, причем первый купил вдвое меньше керосина, чем второй. Так что не пришлось даже раскупоривать бочек.

Рис. 18. Бочки с керосином.
Из 6 бочек на складе осталась всего одна. Которая?

12. До половины

Бочка заполнена водой примерно наполовину. Но вы хотите узнать, точно ли до половины в ней налито воды. У вас нет ни палки, ни какого-либо другого инструмента для замера содержимого бочки. Втулки бочка не имеет.

Каким образом можно узнать, ровно ли наполовину заполнена бочка?

13. Невозможное равенство

Кстати, о полупустой бочке. Полупустая бочка – это ведь то же, что и полуполная. Но если половины равны, то должны быть равны и целые. Полупустая бочка равна полуполной – значит, пустая бочка должна равняться полной. Выходит, что пустой равен полному!

Почему получился такой несообразный вывод?

14. Число волос

Как вы думаете: существуют ли на свете два человека с одинаковым числом волос? Вы можете ответить, что два совершенно лысых человека имеют волос поровну, потому что и у того, и у другого ноль волос. Это, если хотите, правильно.

Но я спрашиваю не о безволосых людях, а о таких, у которых на голове имеются густые волосы. Найдутся ли в мире два человека с совершенно одинаковым числом волос на голове? А может быть, двое таких людей отыщутся в Ленинграде или в Москве?

15. Цена переплета

Книга в переплете стоит 2 руб. 50 коп. Книга на 2 руб. дороже переплета. Сколько стоит переплет?

16. Цена книги

Иванов приобретает все нужные ему книги у знакомого ему книготорговца со скидкой 20 %. С 1 января цены всех книг повышены на 20 %. Иванов решил, что он будет теперь платить за книги столько, сколько остальные покупатели платили до 1 января.

Прав ли он?

17. Головы и ноги

На лугу паслись лошади под присмотром пастухов. Если бы вы пожелали узнать, сколько всех ног на лугу, то насчитали бы 82 ноги. А если бы пересчитали головы, то оказалось бы, что всех голов – лошадиных и человеческих – 26.

Сколько на лугу лошадей и сколько пастухов? Надо заметить, что ни безногих лошадей, ни калек-пастухов на лугу не было.

18. На счетах

Вы, без сомнения, умеете считать на конторских счетах и понимаете, что отложить на них 25 руб. – задача очень легкая (рис. 19).

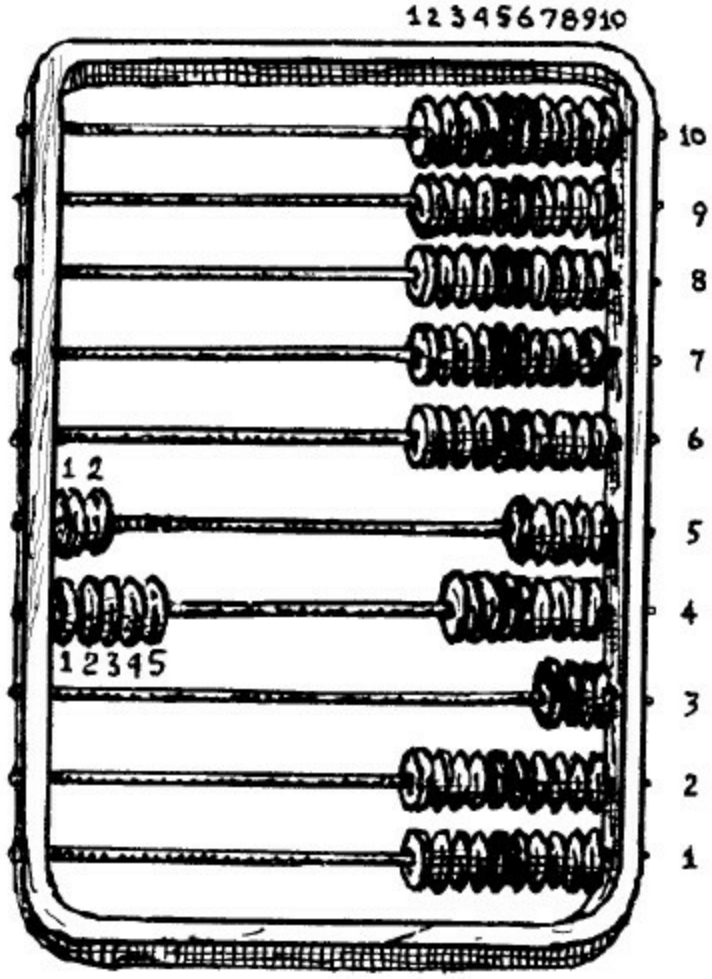


Рис. 19. На конторских счетах отложено 25 семью косточками.

Но задача станет более замысловатой, если вам поставят условие: сделать это так, чтобы отодвинуть не 7 косточек, а 25. Попробуйте, в самом деле, показать на конторских счетах *сумму* в 25 руб., отложив ровно 25 косточек. Конечно, на практике так никогда не делается, но задача все же разрешима, и ответ довольно любопытен.

19. Редкая монета

Собирателю редкостей сообщили, что в Риме при раскопках найдена монета с надписью по-латыни:

53 *год до Р. Х* .

– Монета, конечно, поддельная, – ответил собиратель. Как он узнал это, не видя ни самой монеты, ни даже ее изображения?

20. Спаржа

Одна женщина обыкновенно покупала у зеленщика спаржу большими пучками, каждый 40 см в окружности. Покупая, она мерила их, чтобы убедиться, что ее не обманывают. Но однажды у торговца не оказалось 40-сантиметрового пучка, и он предложил покупательнице за те же деньги два тонких пучка, каждый по 20 см в обхвате.

Женщина обмерила пучки и, убедившись, что обхват каждого действительно равен 20 см, заплатила зеленщику столько же, сколько платила раньше за один толстый пучок.

Она прогадала или выгадала на этой покупке?

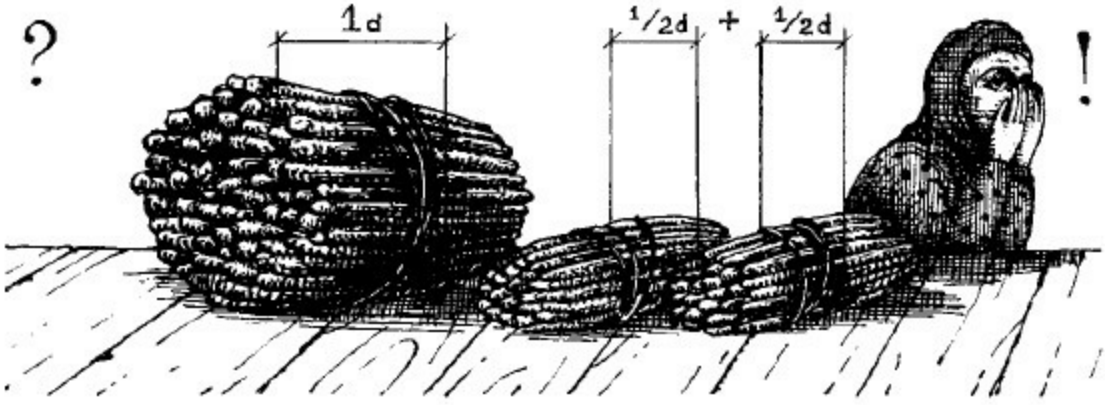


Рис. 2.0. Как выгоднее покупать спаржу?

Решения задач 11-20

11. Первый покупатель купил 15-ведерную и 18-ведерную бочки. Второй – 16-ведерную, 19-ведерную и 31-ведерную.

В самом деле:

15 + 18 = 33

16 + 19 + 31 =66,

т. е. второй покупатель приобрел вдвое больше керосина, чем первый.

Осталась непроданной 20-ведерная бочка. Это единственный возможный ответ. Другие сочетания не дают требуемого соотношения.

12. Самый простой способ – наклонить бочку так, чтобы вода дошла до края. Если при этом дно бочки немного обнажится, то значит, вода стояла ниже половины. Если дно окажется ниже уровня воды, значит, воды было налито больше, чем до половины. И наконец, если верхний край дна будет как раз на уровне воды, значит, бочка была наполнена ровно наполовину.

13. Полупустая бочка есть не половина пустой бочки, а такая бочка, одна половину которой пуста, а другая – полна. Мы же рассуждали так, как будто слово «полупустая» значит «половина пустой бочки», а слово «полу-полная» – «половина полной». Не удивительно, что при таком неправильном понимании мы пришли к неправильному выводу.

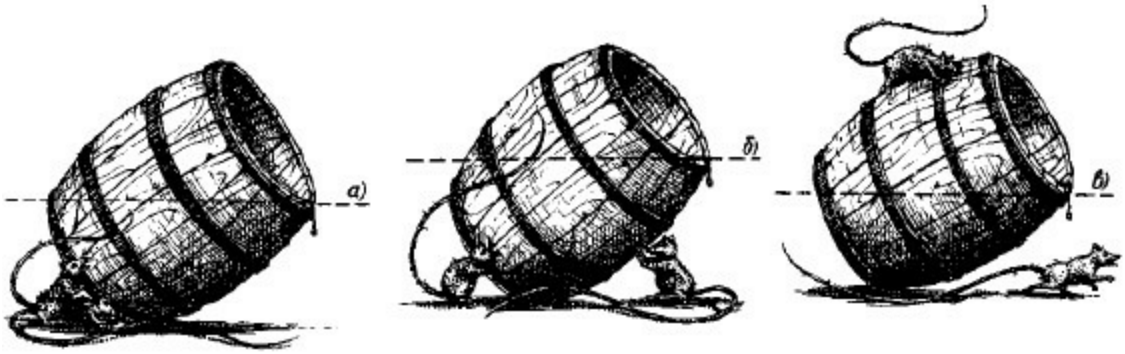


Рис. 21. Сколько воды в бочке?

14. Прежде чем решать задачу, задайте себе вопрос: чего больше – людей на свете или волос на голове одного человека? Разумеется, людей на свете неизмеримо больше, чем волос на голове. У нас их всего 150–200 тысяч, людей же на свете 1800 миллионов [1] А если так, то непременно должны существовать люди с одинаковым числом волос! И

не только во всем мире, но даже в каждом многолюдном городе, насчитывающем больше 200 тысяч жителей. В Москве 1,5 миллиона* жителей, и, значит, десятки москвичей должны иметь одинаковое число волос. Ведь не может же быть полутора миллиона *различных целых чисел,* среди которых ни одно не оказалось бы больше 200 000.

15. Обычно, не подумав, отвечают:

– Переплет стоит 50 коп.

Но ведь тогда книга стоила бы 2 руб., т. е. была всего на 1 руб. 50 коп. дороже переплета!

Верный ответ такой: цена переплета – 25 коп., цена книги – 2 руб. 25 коп.

16. Иванов, как ни странно, и теперь будет платить меньше, чем остальные покупатели платили до 1 января. Он имеет 20 %-ю скидку с цены, увеличенной на 20 %; другими словами, скидку 20 % от 120 %, т. е. платить он будет за книгу не 100 %, а всего лишь 96 % прежней ее цены. Трехрублевую книгу приобретет не за 3 руб., а за 2 руб. 88 коп.

17. Если бы все 26 голов на лугу были человеческие, мы насчитали бы не 82 ноги, а только 52, т. е. на 30 ног меньше. От замены одного человека лошадью число всех ног увеличилось бы на 2. Значит, чтобы насчитать 82 ноги, надо произвести подобную замену 15 раз, тогда и найдутся недостающие 30 ног. Итак, из 26 голов 15 принадлежало лошадям, а остальные 11 – людям.

18. 25 рублей можно отложить на счетах 25 косточками так, как показано на рис. 22.

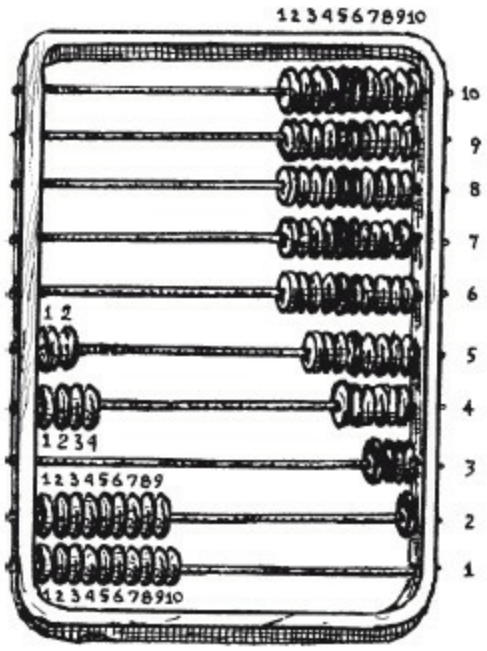


Рис. 22. На конторских счетах 25 отложено двадцатью пятью косточками.

В самом деле, здесь отложено 20 руб. + 4 руб. + + 90 коп. + 10 коп. = 25 руб. При этом использовано 2 + 4 + 9 +10 = 25 косточек.

19. Разве римляне, чеканя монету до Р. Х., могли знать, что через 53 года родится Христос?

20. Покупательница прогадала. Пучок с двойным обхватом заключает в себе не вдвое, а вчетверо больше спаржи, нежели тонкий (рис. 20). Женщина должна была либо заплатить вдвое меньше, либо же потребовать не два, а четыре тонких пучка.

Десять задач потруднее

21 Сколько прямоугольников

Сколько прямоугольников можете вы насчитать в этой фигуре (рис. 23)?

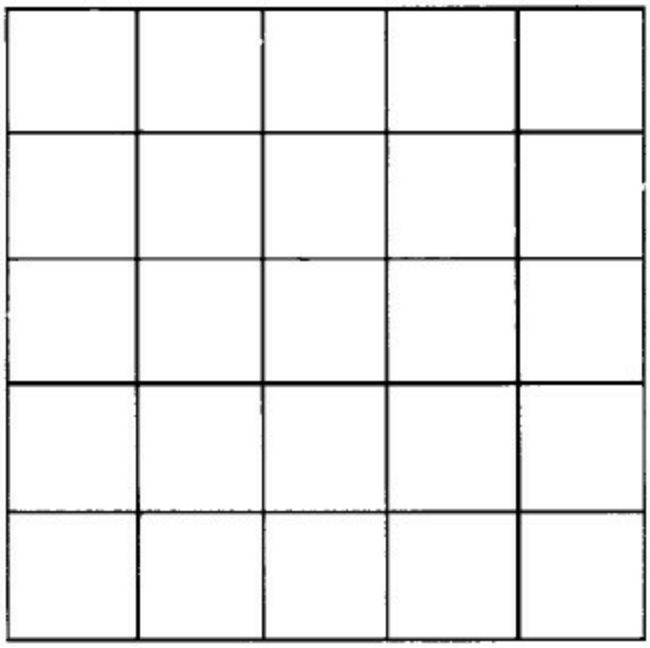


Рис. 23. Квадрат, разделенный на квадраты.

Не спешите с ответом. Обратите внимание на то, что спрашивается не о числе квадратов, а о числе прямоугольников – больших и малых, – какие только можно насчитать в этой фигуре.

22. Реомюр и Цельсий

Вы знаете, конечно, разницу между термометрами Реомюра и Цельсия (рис. 24)? Всегда ли градусы на термометре Реомюра больше, чем градусы на термометре Цельсия?

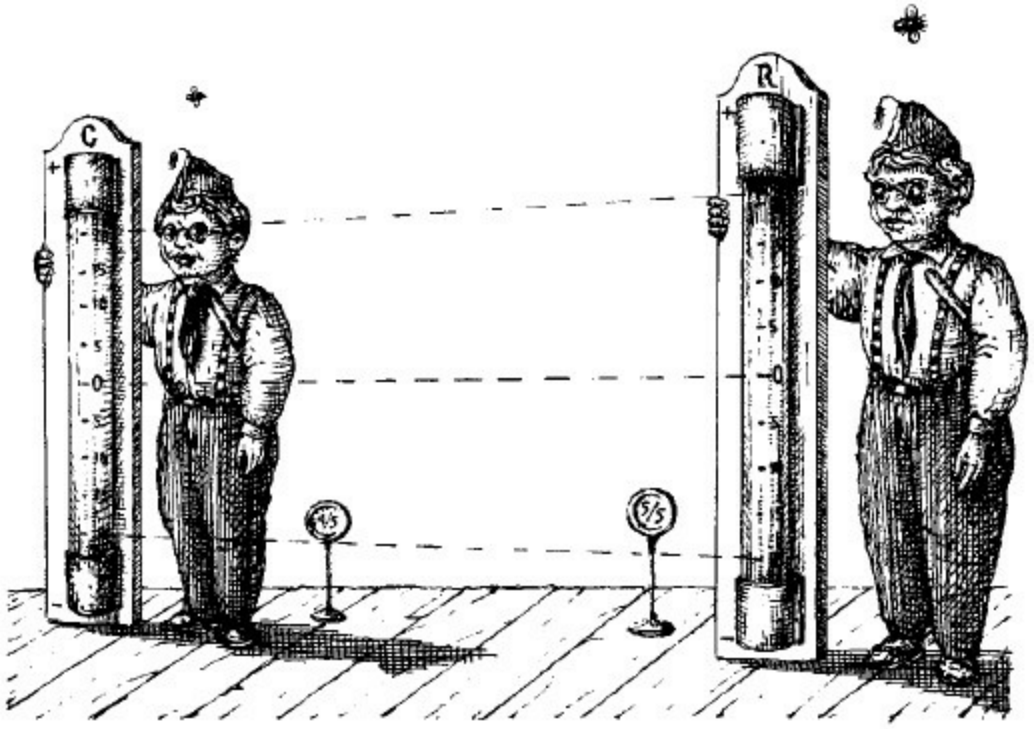


Рис. 24. Термометры Реомюра и Цельсия.

23. Столяр и плотники

Шесть плотников и столяр нанялись на работу. Плотники заработали по 20 руб., столяр же – на 3 руб. больше, чем заработал в среднем каждый из семерых.

Сколько заработал столяр?

24. Девять цифр

Напишите по порядку девять цифр:

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Вы можете, не меняя расположение цифр, вставить между ними знаки плюс и минус таким образом, чтобы в сумме получилось ровно 100. Нетрудно, например, вставив + и – шесть раз, получить 100 таким путем:

12+ 3–4 + 5 +67+ 8 + 9 = 100

Если хотите вставить + и – только 4 раза, то тоже получите 100:

123 + 4–5 + 67–89 = 100

Попробуйте, однако, получить 100, пользуясь знаками + и – всего только три раза! Это гораздо труднее. И все же вполне возможно, надо только терпеливо искать решение.

25. Книжный червь

В моем книжном шкафу стоят на полке сочинения Пушкина в 8 томах, том к тому. Приехав с дачи, я с досадой убедился, что летом книжный червь усердно сверлил моего Пушкина и успел прогрызть ход от первой страницы первого тома до последней страницы третьего.

Рис. 25. Собрание сочинений А.С. Пушкина в восьми томах и книжный червь.

Сколько всего страниц прогрыз червь, если в первом томе 700 страниц, во втором – 640, а в третьем – 670?

26. Сложение и умножение

Вы, без сомнения, не раз уже обращали внимание на любопытную особенность равенств:

2 + 2 = 4

2 x 2 = 4

Это единственный пример, когда сумма и произведение двух целых чисел (и притом равных) одинаковы.

Вам, однако, быть может, неизвестно, что существуют дробные числа (правда, не равные), обладающие тем же свойством:

$$3 + 1\frac{1}{2} = 4\frac{1}{2}$$

$$3 \times 1\frac{1}{2} = 4\frac{1}{2}$$

Попытайтесь подыскать другие примеры. Чтобы вы не думали, что поиски напрасны, скажу: таких чисел весьма и весьма много.

27. Стрельба на пароходе

Хороший стрелок стоит у одного борта парохода, а у противоположного помещена мишень. Пароход движется в направлении, показанном на рис. *26* длинной стрелкой. Стрелок прицелился совершенно точно. Попадет ли он в цель?

Рис. 26. Тир на палубе парохода.

28. Под водой

На обыкновенных весах лежат: на одной чашке – булыжник, весящий ровно 2 кг, на другой – железная гиря в 2 кг. Я осторожно опустил весы под воду.

Остались ли чашки в равновесии?

29. Как это сделано?

Вы видите здесь деревянный куб, составленный из двух кусков дерева (рис. 27). Верхняя половина куба имеет выступы, входящие в выемки нижней части. Обратите внимание на форму и расположение выступов и объясните: как ухитрился столяр соединить оба куска?

3 °Скорость поезда

Вы сидите в вагоне железной дороги и хотели бы узнать, с какой скоростью он мчится. Можете ли вы определить скорость по стуку колес?

Решения задач 21-30

21. Различно расположенных прямоугольников в этой фигуре можно насчитать 225.

22. Если речь идет о градусах температуры, то, конечно, градус Реомюра всегда больше градуса Цельсия – именно на 1/5 долю; поэтому, если в вашей комнате по Реомюру 16 градусов, то по Цельсию – 20.

Но это вовсе не значит, что на той дощечке термометра, на которой нанесены деления (на «шкале»), длина градусов у термометра Реомюра всегда должна быть больше, чем у термометра Цельсия. Длина деления зависит от того, сколько ртути в шарике термометра, и от толщины трубки. Чем больше ртути в шарике и чем тоньше канал трубки, тем выше поднимается ртуть в трубке при нагревании и тем больше промежуток между делениями шкалы. В этом смысле «градус» может иметь самую разную длину, и вполне понятно, что в термометре Реомюра такой градус может быть и меньше градуса в термометре Цельсия.

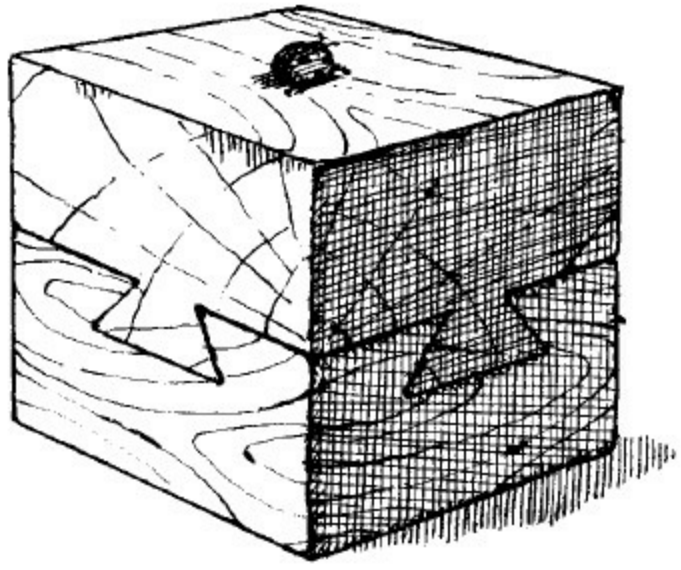


Рис. 27. Хитроумное соединение в собранном виде.

23. Легко узнать, каков был средний заработок семерых плотников. Для этого нужно избыточные 3 руб. разделить поровну между 6 плотниками и к 20 руб. каждого прибавить полученные 50 коп.

Вычислили средний заработок плотника.

Отсюда узнаем, что столяр заработал
20 руб. 50 коп. + 3 руб., т. е. 23 руб. 50 коп.

24. Вот каким способом можете вы получить 100 из ряда девяти цифр и трех знаков + и —: 123 – 45–67 + 89 = 100

В самом деле:

123 + 89 = 212

45 + 67 = 112

212– 112 = 100

Других решений задача не имеет. Впрочем, если у вас есть терпение, попытайтесь испробовать другие сочетания.

25. Казалось бы, надо просто сложить страницы трех томов – и задача решена. Но не спешите с решением. Обратите внимание на то, как стоят книги на полке и как расположены в них страницы.

Вы видите, что 1-я страница тома I примыкает к 640-й странице тома II, а последняя страница тома III находится рядом с первой страницей тома II.

И если червь проделал ход от 1-й страницы тома I до последней страницы тома III, то он прогрыз всего только 640 страниц среднего тома да еще 4 крышки переплета, не более.

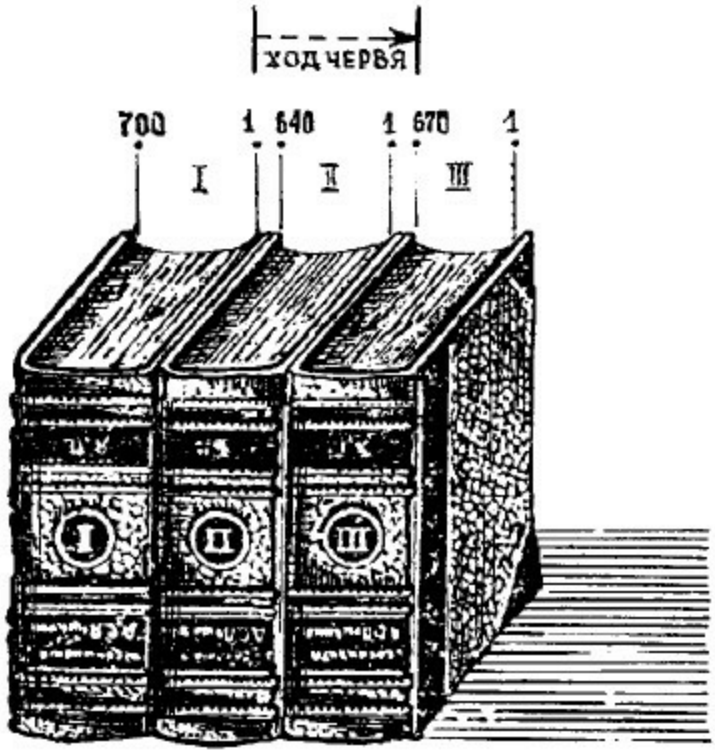


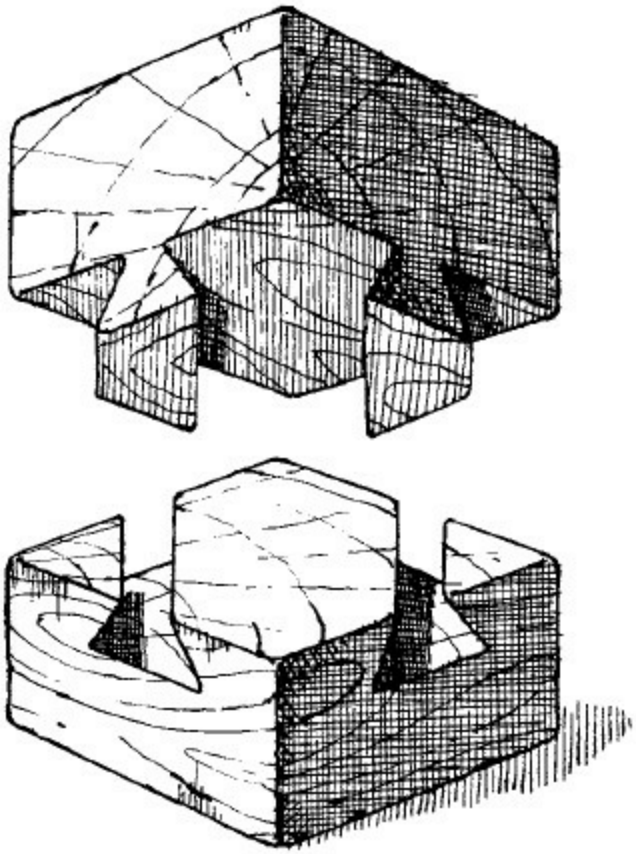
Рис. 28. Сколько страниц и крышек переплета прогрыз книжный червь?

26. Существует *бесчисленное множество* пар таких чисел. Вот несколько примеров:

$$4 + 1^1/_3 = 51/3, \qquad 5 + 1^1/_4 = 61/4,$$
$$4 \geqslant 1^1/_3 = 51/3; \qquad 5 \geqslant 1^1/_4 = 61/4;$$
$$11 + 1{,}1 = 12{,}1, \qquad 9 + 1^1/_8 = 101/8,$$
$$11 \geqslant 1{,}1 = 12{,}1; \qquad 9 \geqslant 1^1/_8 = 101/8;$$
$$21 + 1^1/_{20} = 221/20, \qquad 101 + 1{,}01 = 102{,}01,$$
$$21 \geqslant 1^1/_{20} = 221/20; \qquad 101 \geqslant 1{,}01 = 102{,}01.$$

27. Конечно, меткий стрелок попадет в цель – если только пароход движется равномерно по прямой линии. Такое движение парохода ничем не может повлиять на полет пули. Другое дело, если бы в самый момент выстрела пароход внезапно остановился, или замедлил ход, или ускорил его, или изменил курс: тогда пуля могла бы и не попасть в цель.

28. Каждое тело, если погрузить его в воду, становится легче: оно «теряет» в своем весе столько, сколько весит вытесненная им вода. Зная этот закон (открытый Архимедом), мы без труда можем ответить на



вопрос задачи.

Рис. 29. Хитроумное соединение в разобранном виде.

Булыжник весом в 2 кг занимает больший объем, чем 2-килограммовая железная гиря, потому, что материал камня – гранит – легче железа. Значит, булыжник вытеснит больший объем воды, нежели гиря, и по закону Архимеда потеряет в воде больше веса, чем гиря. Следовательно, весы под водой наклонятся в сторону гири.

29. Ларчик открывается очень просто, как видно из рис. 29. Все дело в том, что выступы и углубления идут не крестом, как невольно кажется при рассматривании куба, а параллельно, в косом направлении. Такие выступы очень легко вдвинуть в соответствующие выступы сбоку.

30. Вы заметили, конечно, что при езде в вагоне все время ощущаются мерные толчки: никакие рессоры не могут сделать их неощутимыми. Происходят эти толчки от того, что колеса слегка сотрясаются в местах соединения двух рельсов, и толчок передается всему вагону. Значит, стоит лишь вам сосчитать, сколько толчков в минуту испытывает вагон, и вы будете знать, сколько рельсов пробежал поезд. Теперь остается лишь умножить это число на длину рельса, и вы

получите расстояние, проходимое поездом в одну минуту.

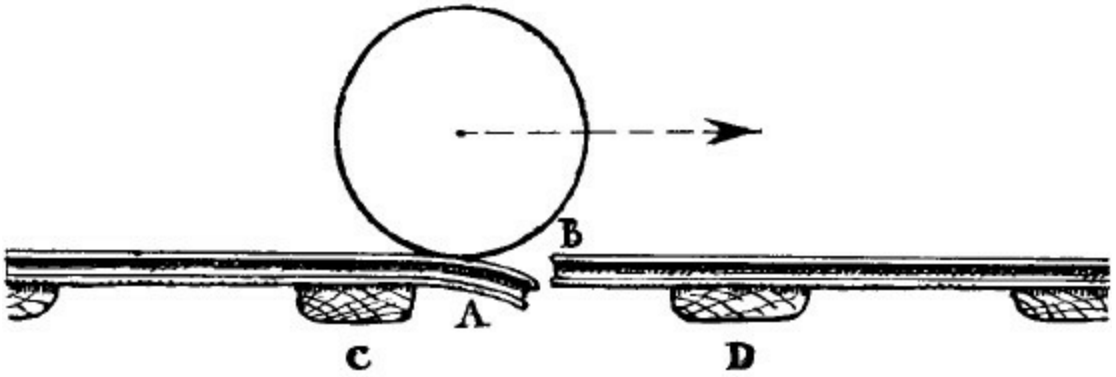


Рис. 30. Что происходит на стыке рельсов.

Обычная длина рельса – около 81/2 метра. Сосчитав с часами в руках число толчков в минуту, умножьте это число на 81/2, затем на 60 и разделите на 1000 – получится число километров, пробегаемое поездом в час:

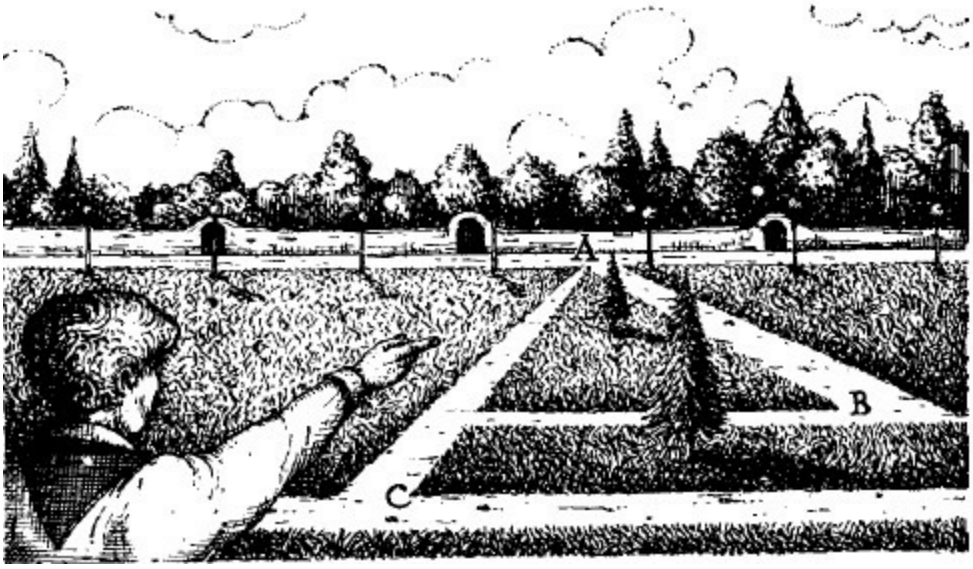
$$\frac{(\text{число толчков}) \times 17 \times 60}{2 \times 1000} = \text{числу километров в час}$$

Так как

$$\frac{17 \times 60}{2 \times 1000} = \frac{1020}{1000} \approx \frac{1}{2},$$

то достаточно разделить на 2 число толчков в минуту, чтобы приблизительно узнать, сколько километров пробегает поезд в час.

Обманы зрения



31. Загадочный рисунок

Пока вы смотрите на эти две физиономии (рис. 31), держа книгу неподвижно, они не обнаруживают ничего необычайного.

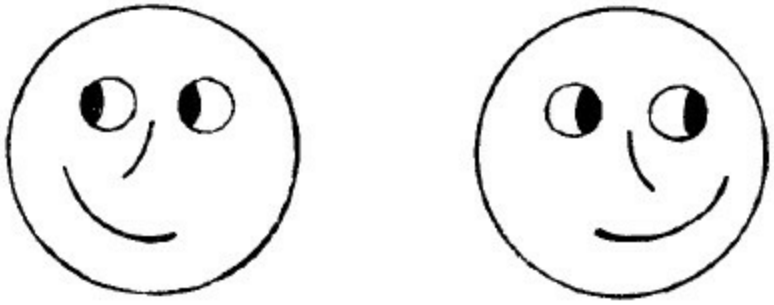


Рис. 31. Живые портреты.

Но начните двигать книгу вправо и влево, не переставая смотреть на рисунки. Произойдет любопытная вещь: физиономии словно оживут – начнут двигать зрачками вправо и влево, при этом их рот и нос также не останутся неподвижными. Отчего это происходит?

32. Четыре фигуры

Какая из этих четырех фигур (рис. 32) самая большая и какая самая маленькая?

Дайте ответ, полагаясь только на свой глазомер.

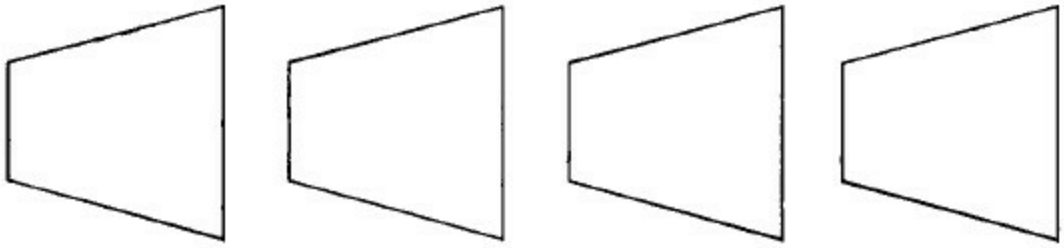


Рис. 32. Какая из четырех фигур самая большая и какая – самая маленькая?

33. Три монеты

Положите рядом три монеты – одинаковые или разные. То, что я сейчас предложу вам сделать с ними, кажется с первого взгляда очень простым. Тем неожиданнее будет для вас то, что вы узнаете потом.

Итак, выдвиньте среднюю монету вниз настолько, чтобы между нею и каждой из оставшихся двух был промежуток, равный расстоянию между A и B (рис. 33).

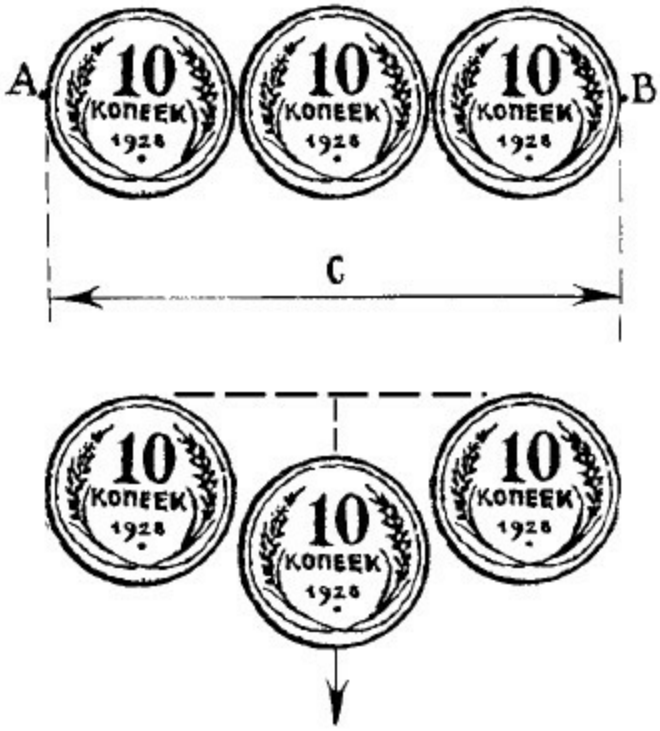


Рис. 33. Проверьте ваш глазомер: решить эту задачу с тремя монетами не так просто, как кажется.

Вы должны полагаться при этом только на свой глазомер и не прибегать к помощи линейки или циркуля. Большой точности от вас не требуется: если вы ошибетесь всего на 1 см, то задача будет считаться решенной вполне верно.

34. Кто длиннее?

Вы видите здесь три черные фигуры (рис. 34). Ответьте на вопрос: если смерить их линейкой или циркулем, какая фигура окажется длиннее?

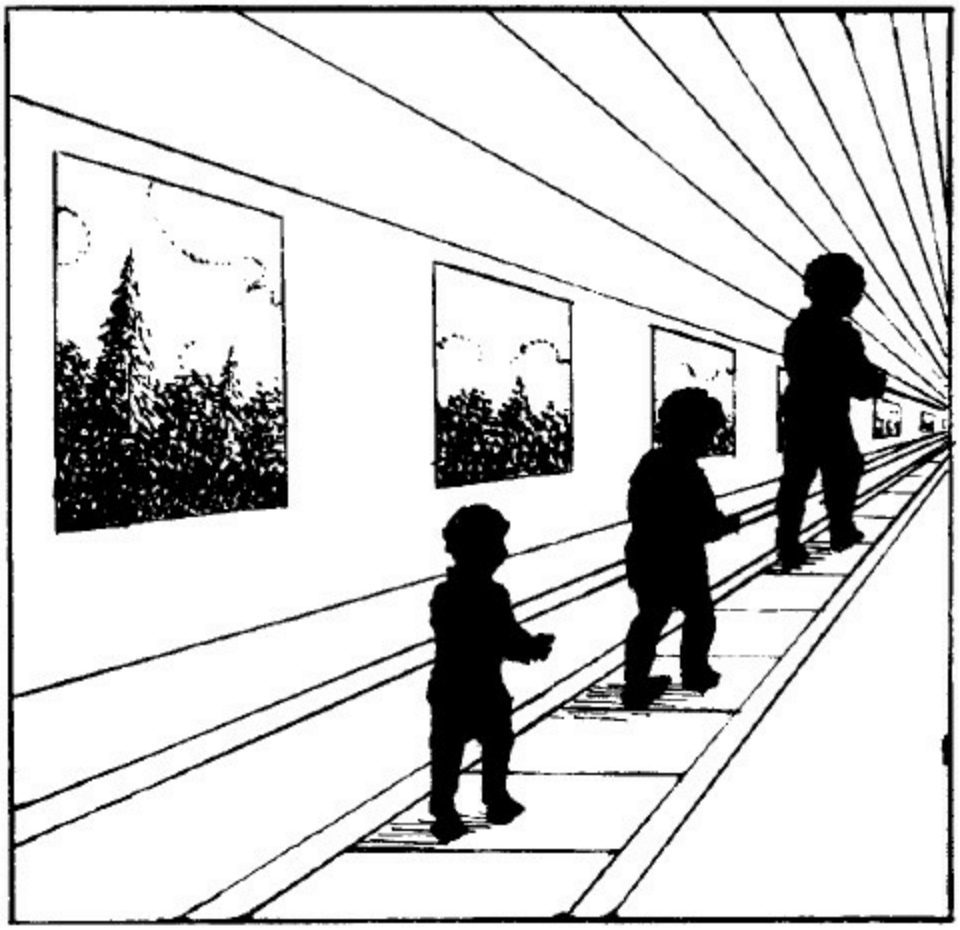


Рис. 34. Какая фигура длиннее?

Конечно, эту задачу очень легко решить, если проделать измерения на самом деле. Но попробуйте заранее, без измерения, сказать, какая фигура длиннее, и потом проверьте себя. Вас ожидает сюрприз.

35. Кривые ноги

Почему у этих двух человек такие кривые ноги?

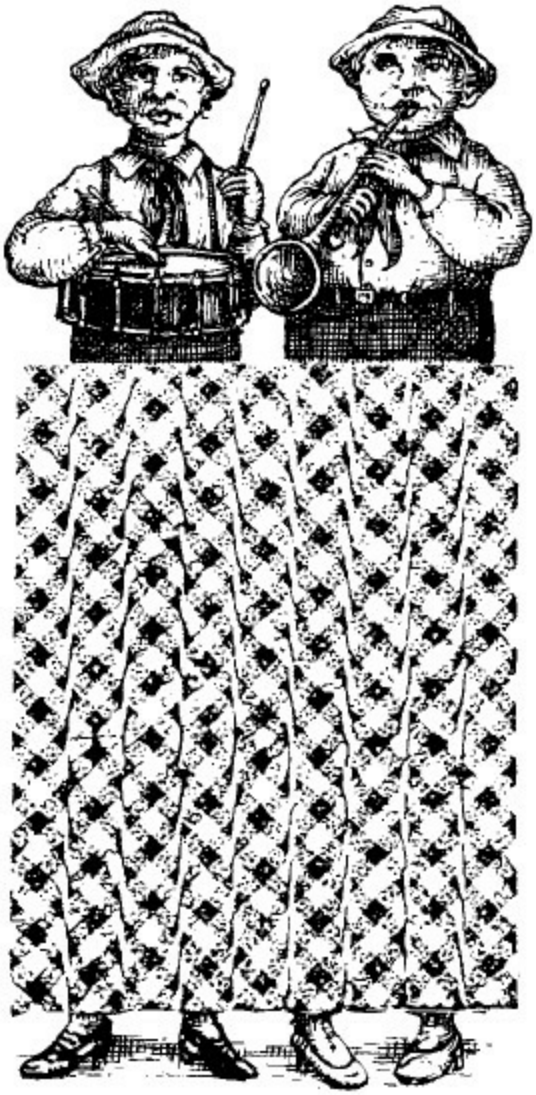


Рис. 35. Два великана с кривыми ногами.

36. Окружность пальца

Как вы думаете: во сколько раз окружность вашего пальца, например среднего пальца руки, меньше окружности вашего запястья?

Попробуйте ответить на этот вопрос, а потом проверьте ответ бечевкой или полоской бумаги.

Могу заранее сказать, что вы будете немало смущены результатом проверки. Почему?

37. Неожиданность

Закрыв один глаз, всматривайтесь другим в белый квадратик, нарисованный в верхней части рис. 36. Спустя десять или пятнадцать секунд вы заметите нечто совершенно неожиданное. Что именно?

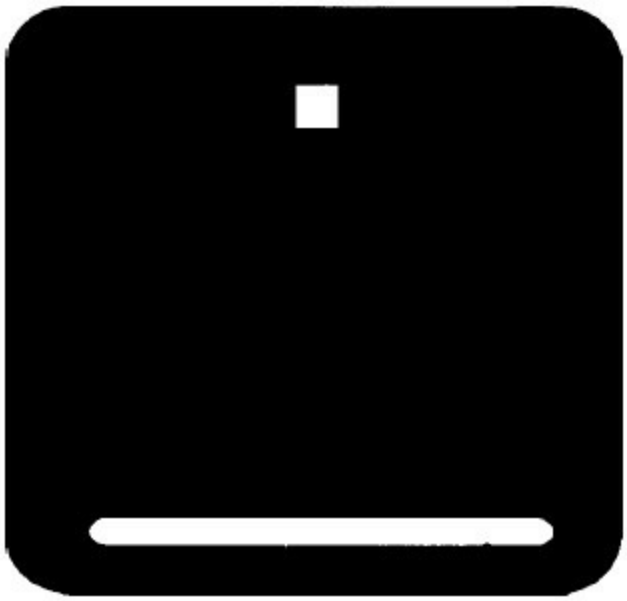


Рис. 36. Черный квадрат с белым отверстием.

38. Воздушный шар

Фабричная труба на рис. 37 заслоняет часть каната, к которому привязан воздушный шар. Но художник как будто ошибся: разве канат, расположенный справа от трубы, составляет продолжение каната слева? Исправьте рисунок.

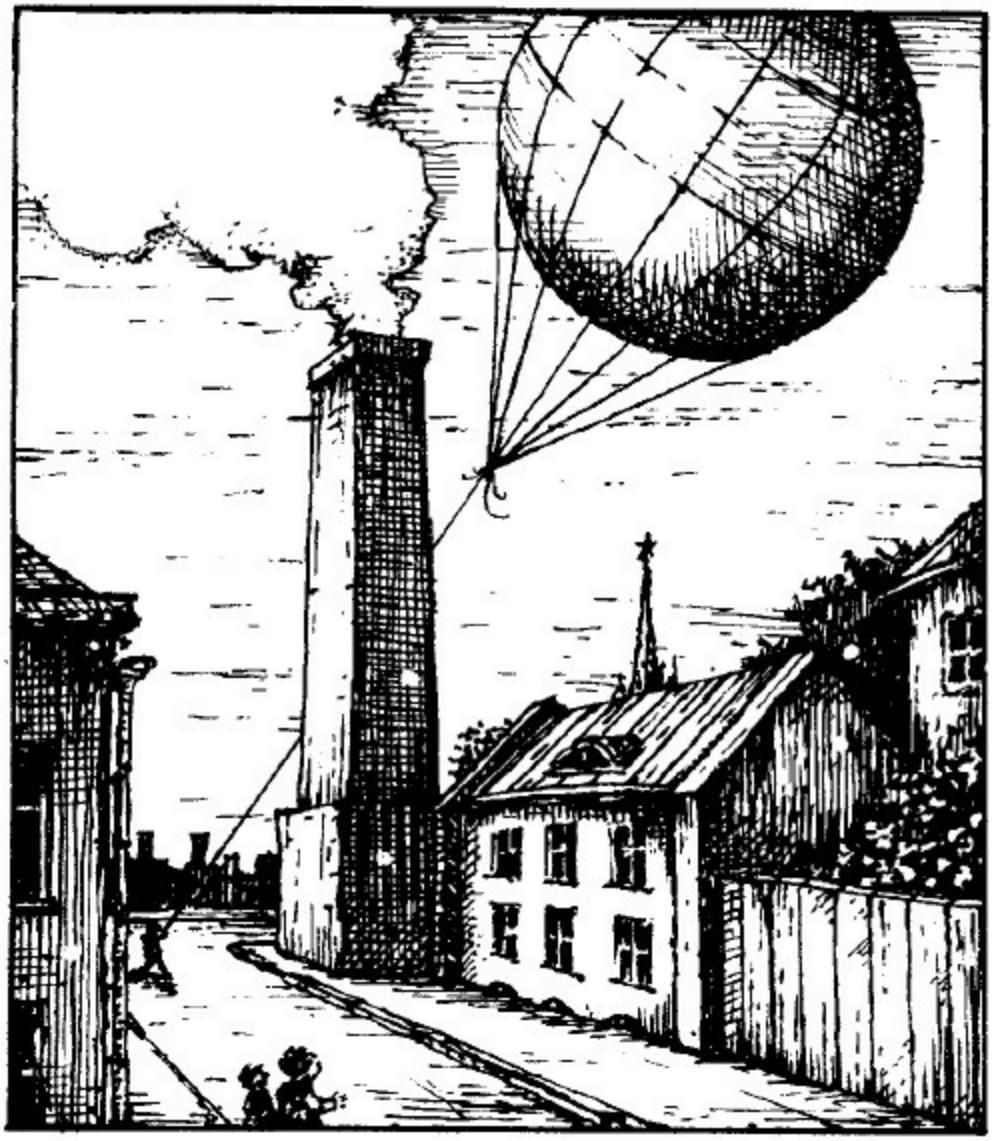


Рис. 37. Воздушный шар на привязи.

39. Дорожки сада

Что длиннее: расстояние между точками A и C или между A и B (рис. 39)?

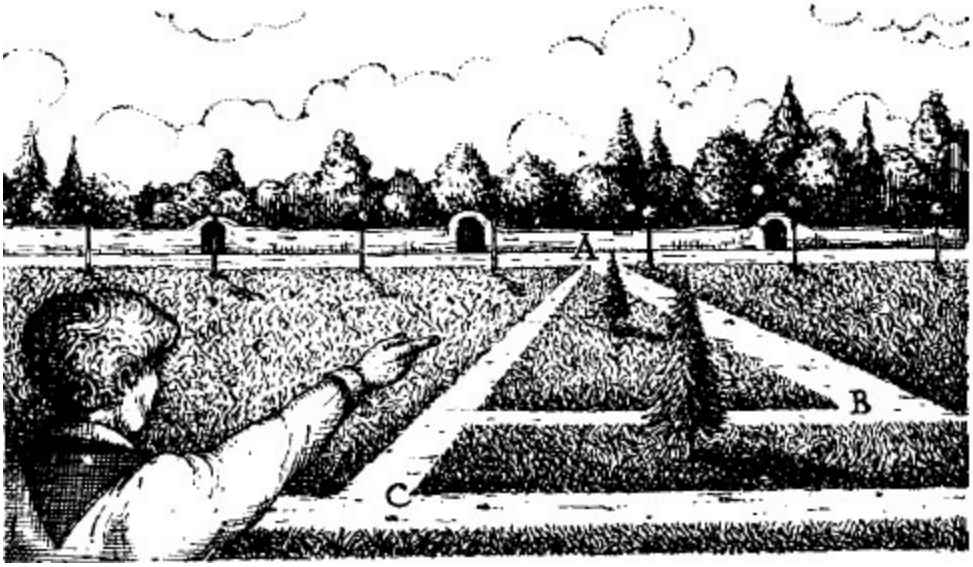


Рис. 38. Какая из садовых дорожек длиннее?
Сначала дайте ответ, потом измерьте.

40. Какие линии?

В какую сторону изогнуты линии этого треугольника?

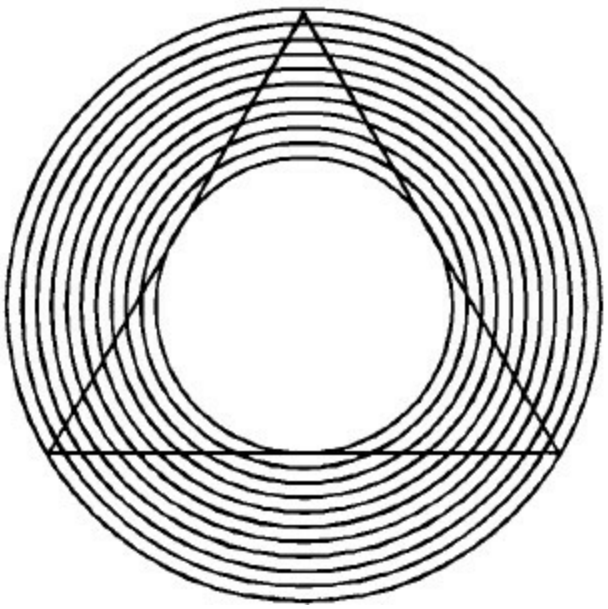


Рис. 39. У треугольника выпуклые или вогнутые стороны?

Решения задач 31-40

31. Зрачки на рисунке кажутся движущимися по той же причине, по которой оживают картины кинематографа. Когда мы смотрим на правый рисунок и затем быстро переводим взгляд на левый, то первое зрительное впечатление исчезает не сразу, а еще сохраняется на мгновение; в тот момент, когда оно исчезнет и заменится новым, нам, естественно, должно показаться, что зрачки на рисунке передвинулись от одного края глаза к другому.

32. Все четыре фигуры одинаковой величины, хотя нам и кажется, что они уменьшаются слева направо. В каждой паре правая фигура представляется меньше оттого, что левая расширяется по направлению к правой и словно охватывает ее.

33. Ваше решение, вероятно, было приблизительно таким (рис. 40).

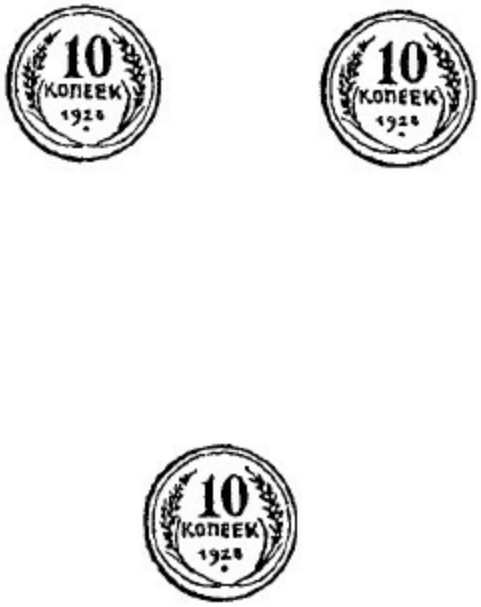


Рис. 40. Кажущееся (неправильное) решение задачи с тремя монетами.

Оно как будто вполне верно удовлетворяет условию задачи, не правда ли? Но попробуйте измерить расстояние циркулем – окажется, что вы ошиблись чуть ли не в полтора раза! А вот правильное расположение монет, хотя на глаз оно кажется совсем неправильным (рис. 41).

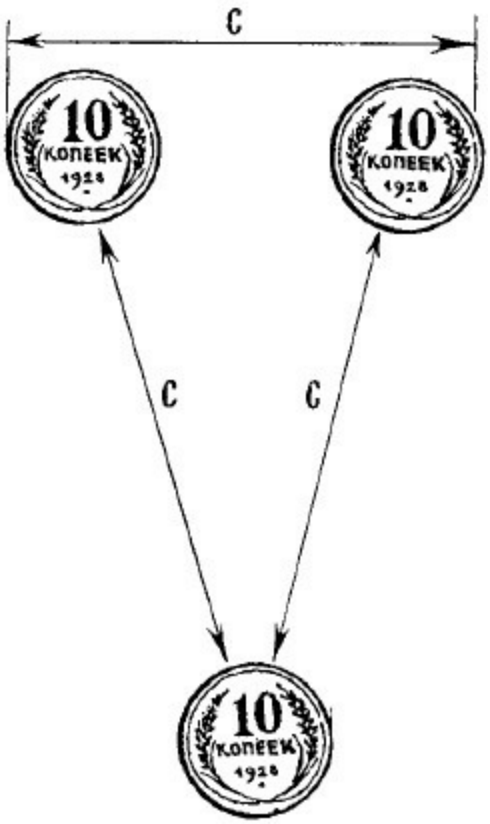


Рис. 41. Правильное решение задачи с тремя монетами.

Чем крупнее кружки, тем обман зрения поразительнее. Опыт хорошо удается и в том случае, если взять неодинаковые кружки.

34. Это интересный обман зрения: фигура человека, идущего впереди, имеет совершенно такую же длину, как и фигура последнего из идущих. Передний человек кажется нам великаном по сравнению с задним только потому, что изображен вдалеке. Мы привыкли к тому, что предметы с удалением уменьшаются; поэтому, видя вдали неуменьшенную человеческую фигуру, мы невольно заключаем (раз она кажется крупной даже на большом расстоянии), что это – человек исполинских размеров.

35. У этих людей ноги вовсе не кривые! Вы можете проверить их прямизну по линейке – все 8 линий идут совершенно прямо и параллельны между собой.

Проверку можно выполнить и без линейки: держите книгу на уровне глаз и смотрите вдоль линий ног, и вы ясно увидите, что ноги прямые.

Кажущаяся кривизна представляет собой любопытный обман зрения, который особенно усиливается, если смотреть на рисунок сбоку.

36. Результат проверки смутит вас потому, что обнаружит грубую ошибочность ответа. Вы, наверное, думали, что окружность пальца раз в 5–6 меньше окружности запястья. Между тем нетрудно убедиться, что окружность запястья всего лишь… в три раза больше пальца! Отчего происходит такой обман зрения – трудно объяснить.

37. Неожиданное явление состоит в том, что через 10–15 сек нижняя белая полоса *совершенно пропадает* – на ее месте будет сплошной черный фон!

Спустя 1–2 сек полоса снова появится, затем вновь исчезнет, чтобы появиться опять, и т. д.

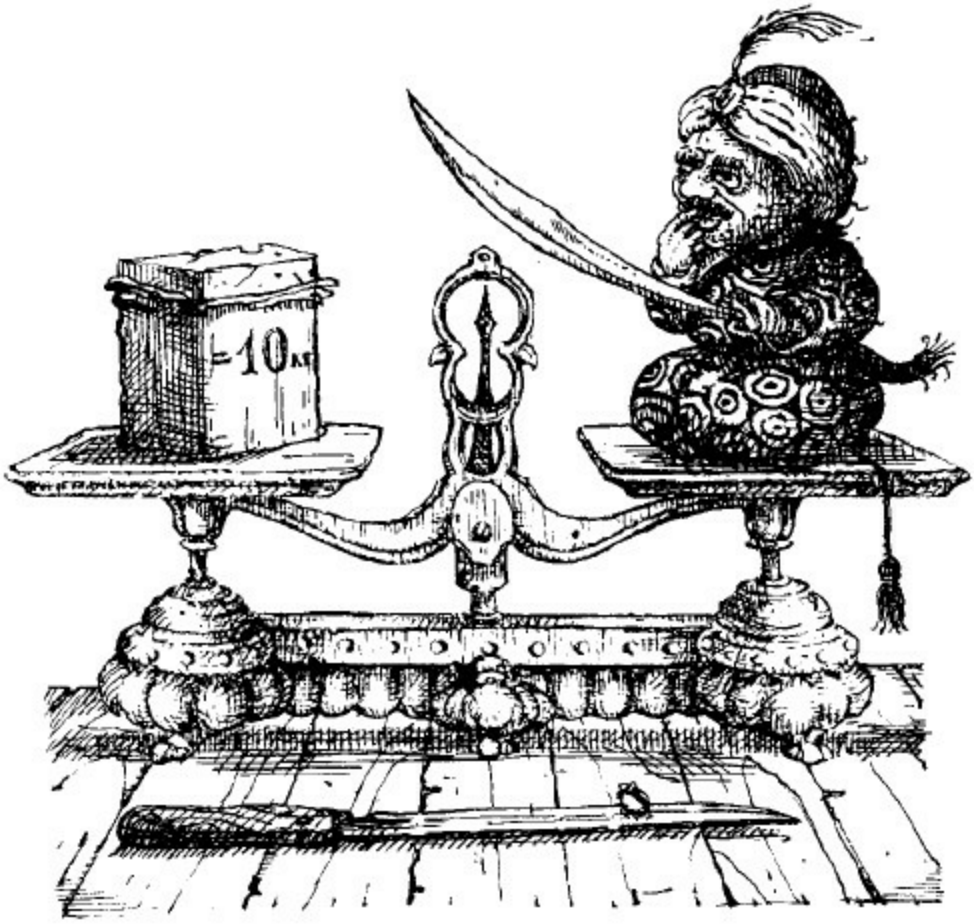
Это загадочное явление объясняется, вероятно, утомляемостью нашего глаза.

38. Рисунок сделан совершенно правильно. Приложите линейку к канату, и вы убедитесь, что вопреки очевидности его части составляют продолжение одна другой.

39. Как ни странно, $AC = AB$.

40. Линии нисколько не изогнуты ни внутрь, ни наружу, а кажутся вогнутыми внутрь оттого, что их пересекают насквозь несколько дуг. (см. рис. 39).

Десять затруднительных положений



41. Жестокий закон

Жил некогда жестокий правитель, который не желал никого впускать в свои владения. У моста через пограничную реку был поставлен часовой, вооруженный с головы до ног, и ему было приказано спрашивать каждого путника:

– Зачем идешь?

Если путник говорил неправду, часовой обязан был схватить его и тут же повесить. Если же путник отвечал правду, ему и тогда не было спасения: часовой должен был немедленно утопить его в реке.

Таков был суровый закон жестокосердного правителя, и неудивительно, что никто не решался приблизиться к его владениям.

Но вот нашелся крестьянин, который, несмотря на это, спокойно подошел к охраняемому мосту у запретной границы.

– Зачем идешь? – сурово остановил его часовой, готовясь казнить смельчака, безрассудно идущего на верную гибель.

Но ответ был таков, что озадаченный часовой, строго исполняя жестокий закон, не мог ничего поделать с догадливым крестьянином.

Каков же был ответ?

42. Милостивый закон

В некотором государстве был такой обычай. Каждый преступник, осужденный на смерть, тянул перед казнью жребий, который давал ему надежду на спасение. В ящик опускали две бумажки: одну со словом *«жизнь»,* другую со словом *«смерть»*. Если осужденный вынимал первую бумажку, он получал помилование, если же имел несчастье вынуть бумажку со словом *«смерть»,* приговор приводился в исполнение.

У одного человека, живущего в этой стране, были враги, которые оклеветали его и добились, чтобы суд приговорил несчастного к смертной казни. Мало того, враги не желали оставить невинно осужденному ни малейшей возможности спастись. В ночь перед казнью они вытащили из ящика бумажку со словом *«жизнь»* и заменили ее бумажкой со словом *«смерть»*. Значит, какую бы бумажку ни вытянул осужденный, он не мог избегнуть смерти.

Так думали его враги. Но у него были друзья, которым стали известны козни врагов. Они успели предупредить осужденного, что в ящике оба жребия имеют надпись *«смерть»*. Друзья убеждали несчастного открыть перед судьями преступный подлог его врагов и настаивать на осмотре ящика с жребиями.

Но, к их изумлению, осужденный просил друзей хранить проделку врагов в строжайшей тайне и уверял, что тогда он будет наверняка спасен. Друзья приняли его за сумасшедшего…

Наутро осужденный, ничего не сказав судьям о заговоре своих врагов, тянул жребий и – был отпущен на свободу! Как же ему удалось так благополучно выйти из, казалось бы, безнадежного положения?

43. Учитель и ученик

То, что описано ниже, произошло, говорят, в Древней Греции. Учитель мудрости, софист Протагор, взялся обучить Квантла всем приемам адвокатского искусства. Между учителем и учеником было заключено условие, по которому ученик обязывался уплатить своему учителю вознаграждение тотчас же после того, как впервые обнаружатся его успехи, т. е. после первой же выигранной им тяжбы.

Квантл прошел уже полный курс обучения. Протагор ожидает платы, но ученик не торопится выступать на суде защитником. Как же быть? Протагор, наконец, решил взыскать с ученика долг по суду и подал на ученика в суд. Он рассуждал так: если дело будет им выиграно, то деньги должны быть взысканы на основании судебного приговора; если же тяжба будет им проиграна и, следовательно, выиграна его учеником, то деньги опять-таки должны быть уплачены Квантлом по уговору – платить после первой же выигранной учеником тяжбы.

Однако ученик, напротив, считал тяжбу Протагора совершенно безнадежной. Он, как видно, действительно кое-что перенял у своего учителя и рассуждал так: если его присудят к уплате, то он не должен платить по уговору – ведь он проиграл первую тяжбу; если же дело будет решено в его пользу, то он опять-таки не обязан платить – на основании судебного приговора.

Настал день суда. Судья был в большом затруднении. Однако после долгого размышления он нашел, наконец, выход – такой приговор, который, нисколько не нарушая условий соглашения между учителем и учеником, в то же время давал учителю возможность получить обусловленное вознаграждение.

Каков был приговор судьи?

44. На болоте

Отряд французских солдат во время похода в Алжире очутился однажды в местности, совершенно лишенной растительности и притом с почвой настолько болотистой, что, хотя по ней и можно было ступать, сесть на нее было совершенно невозможно. Усталый отряд продвигался вперед в поисках подходящего места для привала, но на десятки верст простиралась все та же болотистая почва. Как отдохнуть, если нет кругом ни единого сухого местечка и ничего такого, что можно было бы подложить или на что можно было бы сесть?

И все-таки одному солдату пришла в голову счастливая мысль, которая помогла отряду выйти из затруднительного положения. Солдаты уселись и отдохнули.

Как? Отгадайте!

45. Три разведчика

В не менее затруднительном положении оказались однажды трое пеших разведчиков, которым необходимо было перебраться на противоположный берег реки при отсутствии моста. Правда, на реке катались в челноке два мальчика, готовые помочь солдатам. Но челнок был так мал, что мог выдержать вес только одного солдата. Даже солдат и один мальчик не могли одновременно сесть в лодку без риска ее потопить. Плавать же солдаты совсем не умели.

Казалось бы, при таких условиях мог переправиться через реку только один солдат. Однако все три разведчика вскоре благополучно очутились на противоположном берегу и возвратили лодку мальчикам. Как они это сделали?

46. Слишком много предков

У меня есть отец и мать. У моего отца и у моей матери тоже, конечно, были отец и мать. Значит, восходя к 3-му поколению, я нахожу у себя 4 предков.

Каждый из моих двух дедов и каждая из моих двух бабушек также имели отца и мать. Следовательно, в 4-м поколении у меня 8 прямых предков. Восходя к 5-му, 6-му, 7-му и т. д. поколениям я нахожу, что число моих предков все возрастает и притом чрезвычайно заметно, именно:

Во 2-м поколении	2 предка
3 – » –	4 – » –
4 – » –	8 – » –
5 – » –	16 – » –
6 – » –	32 – » –
7 – » –	64 – » –
8 – » –	128 – » –
9 – » –	256 – » –
10 – » –	512 – » –
11 – » –	1024 – » –
12 – » –	2048 – » –
13 – » –	4096 – » –
14 – » –	8192 – » –
15 – » –	16 384 – » –
16 – » –	32 768 – » –
17 – » –	65 536 – » –
18 – » –	131 072 – » –
19 – » –	262 144 – » –
20 – » –	524 288 – » –

Вы видите, что 20 поколений назад у меня была уже целая армия прямых предков, больше полумиллиона. И с каждым предыдущим поколением это число удваивается.

Если считать, как обыкновенно принимается, по три поколения в

столетие, то в начале нашей эры, 19 веков тому назад, на Земле должно было жить несметное количество моих предков: можно вычислить, что число их записывается 18 цифрами.

Чем дальше в глубь веков, тем число моих предков должно возрастать. В эпоху первых фараонов численность их должна была доходить до умопомрачительной величины. В каменный век, предшествовавший египетской истории, моим предкам было уже, вероятно, тесно на земном шаре.

Но ведь и у вас, читатель, было столько же прямых предков. Прибавьте их к моим и присоедините еще предков всех своих знакомых, да прибавьте еще предков всех вообще людей, живущих ныне на Земле, и вы легко вообразите, в какой страшной тесноте жили наши предки: ведь для них буквально не хватало места на земном шаре!

Не укажете ли вы им выход из этого затруднительного положения?

47. В ожидании трамвая

Три брата, возвращаясь из театра домой, подошли к рельсам трамвая, чтобы вскочить в первый же вагон, который подойдет. Вагон не показывался, и старший брат предложил подождать.

– Чем стоять здесь и ждать, – ответил средний брат, – лучше пойдем вперед. Когда вагон догонит нас, тогда и вскочим; а тем временем часть пути будет уже за нами – скорее домой приедем.

– Если уж идти, – возразил младший брат, – то не вперед по движению, а в обратную сторону: тогда нам, конечно, скорее попадется встречный вагон, мы раньше и домой прибудем.

Так как братья не могли убедить друг друга, то каждый поступил по-своему: старший остался ожидать на месте, средний пошел вперед, младший – назад.

Кто из трех братьев раньше приехал домой? Кто из них поступил благоразумнее?

48. Куда девался гость?

Можно ли посадить 11 гостей на 10 стульев так, чтобы на каждом стуле сидело по одному человеку? Вы думаете – нельзя? Нет, можно – надо только умеючи взяться за дело.

Поступите так. Первого гостя посадите на первый стул. Затем попросите 11-го гостя сесть временно на тот же первый стул. Усадив этих двух гостей на первый стул, вы усаживаете:

3-го гостя на 2-й стул
4-го —»-»– 3-й —»—
5-го —»-»– 4-й —»—
6-го —»-»– 5-й —»—
7-го —»-»– 6-й —»—
8-го —»-»– 7-й —»—
9-го —»-»– 8-й —»—
10-го —»-»– 9-й —»—

Как видите, остается свободным 10-й стул На него вы и посадите 11-го гостя, который временно сидел на 1-м стуле. Теперь вы счастливо вышли из затруднительного положения: у вас рассажены все 11 гостей на 10 стульях.

А все-таки, куда девался один гость?

49. Без гирь

Вам принесли на дом 10 кг сливочного масла. Вы желаете купить всего только 5 кг. У одного соседа нашлись весы с коромыслом, но гирь нет ни у вас, ни у разносчика и ни у одного из соседей. Можете ли вы без всяких гирь отвесить 5 кг от 10?

50. На неверных весах

Представьте себе, что когда вы догадались, наконец, как отвесить масло без гирь, входит ваш сосед, ссудивший вам весы, и сообщает, что весы его очень ненадежны – на верность их полагаться нельзя.

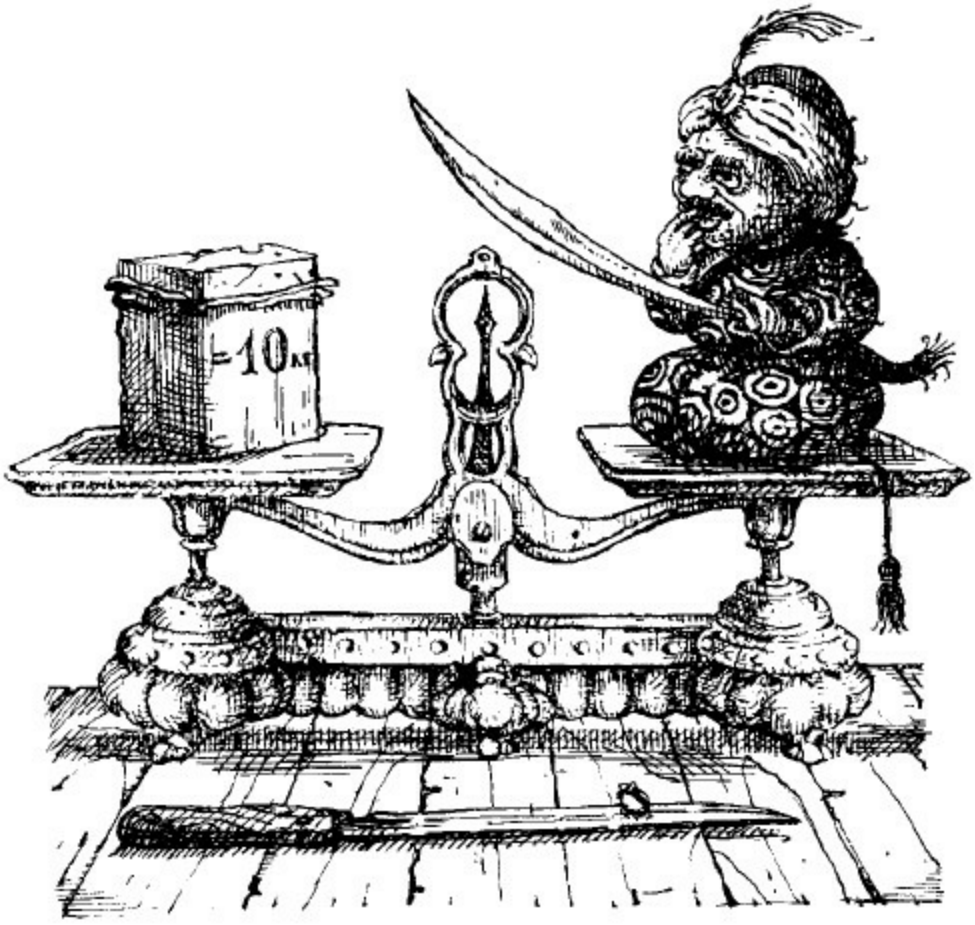


Рис. 42. Взвешивание без гирь.

Можете ли вы даже и на неверных весах, притом без гирь, отвесить правильно 5 кг от 10-килограммового куска?

Решения задач 41-50

41. На вопрос часового: «Зачем идешь?» – крестьянин дал такой ответ:

– Иду, чтобы быть повешенным на этой виселице. Такой ответ поставил часового в тупик. Что он должен сделать с крестьянином? Повесить? Но, значит, крестьянин сказал *правду* , за правдивый же ответ было приказано не вешать, а топить. Но и утопить нельзя: в таком случае крестьянин солгал, а за ложное показание предписывалось повесить.

Так часовой и не смог ничего поделать со сметливым крестьянином.

42. Вытаскивая жребий, осужденный поступил так: вынул одну бумажку из ящика и, никому не показывая, разорвал ее. Судьи, желая установить, что было написано на уничтоженной бумажке, извлекли из ящика оставшуюся бумажку со словом *«смерть»*. Следовательно, – рассуждали судьи, – на разорванной бумажке было написано *«жизнь»* (они ведь ничего не знали о заговоре). Готовя невинно осужденному верную гибель, враги обеспечили ему спасение.

43. Приговор был таков: учителю в иске отказать, но предоставить ему право вторично возбудить дело на новом основании – именно на том, что ученик выиграл свою первую тяжбу. Эта *вторая* тяжба должна быть решена, бесспорно, уже в пользу учителя.

44. Солдаты сели… друг другу на колени! Выстроились по кругу и каждый сел на колени своего соседа. Вы думаете, что первому солдату пришлось все-таки сидеть на болоте? Ничуть – при круговом расположении вовсе и нет этого «первого» солдата: каждый опирается на колени своего соседа, и кольцо сидящих замыкается. Если это представляется вам сомнительным, попробуйте с несколькими десятками товарищей сесть таким образом в кольцо. Вы сможете на деле убедиться, что изобретательный солдат действительно нашел выход из положения.

45. Пришлось сделать 6 следующих переправ:

1-я *переправа.* Оба мальчика подъезжают к противоположному берегу, и один из них привозит лодку к разведчикам (другой остается на

том берегу).

2-я *переправа.* Мальчик, привезший лодку, остается на этом берегу, а в челнок садится первый солдат, который и переправляется на другой берег. Челнок возвращается с другим мальчиком.

3-я *переправа.* Оба мальчика переправляются через реку, один из них возвращается с челноком.

4-я *переправа.* Второй солдат переправляется на противоположный берег. Челнок возвращается с мальчиком.

5-я *переправа* — повторение 3-й.

6-я *переправа.* Третий солдат переправляется на противоположный берег. Челнок возвращается с мальчиком, и дети продолжают прерванное катание по реке. Теперь все три солдата находятся на другом берегу.

46. Нелепый результат, который мы получили, исчисляя своих предков, объясняется тем, что нами упущено из виду одно весьма простое обстоятельство. Мы не приняли в расчет, что наши отдаленные предки могут быть и в кровном родстве между собой и, следовательно, иметь общих предков. Мой отец и моя мать, может, уже в 5-м или 6-м поколении назад имели общего деда, который, возможно, был и вашим предком, читатель. Это соображение разбивает все наши расчеты и уменьшает несметные полчища наших отдаленных предков до весьма скромной цифры, при которой не может быть и речи о тесноте.

47. Младший брат, пойдя назад по движению, увидел идущий навстречу вагон и вскочил в него. Когда этот вагон дошел до места, где ожидал старший брат, последний вскочил в него. Немного спустя тот же вагон догнал идущего впереди среднего брата и принял его. Все три брата очутились в одном и том же вагоне – и, конечно, приехали домой одновременно.

Однако благоразумнее всего поступил старший брат: спокойно ожидая на одном месте, он устал меньше других.

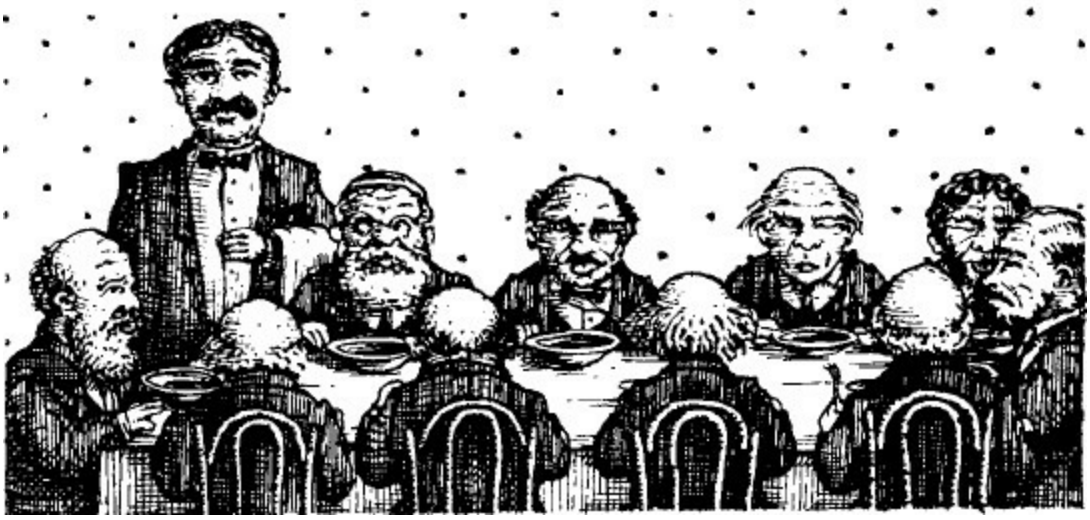


Рис. 43. Куда девался исчезнувший гость?

48. Исчезнувший гость – это *второй* гость, который был незаметно пропущен при распределении стульев: после 1-го и 11-го гостя мы сразу перешли к 3-му и следующим, миновав 2-го. Оттого-то нам и удалось разместить 11 гостей на 10 стульях, по одному человеку на каждом.

49. Задача сводится в сущности к тому, чтобы разделить 10 кг масла на две равные по весу части. Положите на каждую чашку по бумажному листу и накладывайте на них масло до тех пор, пока 10 кг не распределятся поровну между ними. Ясно, что теперь на каждой чашке ровно 5 кг – если только весы правильны.

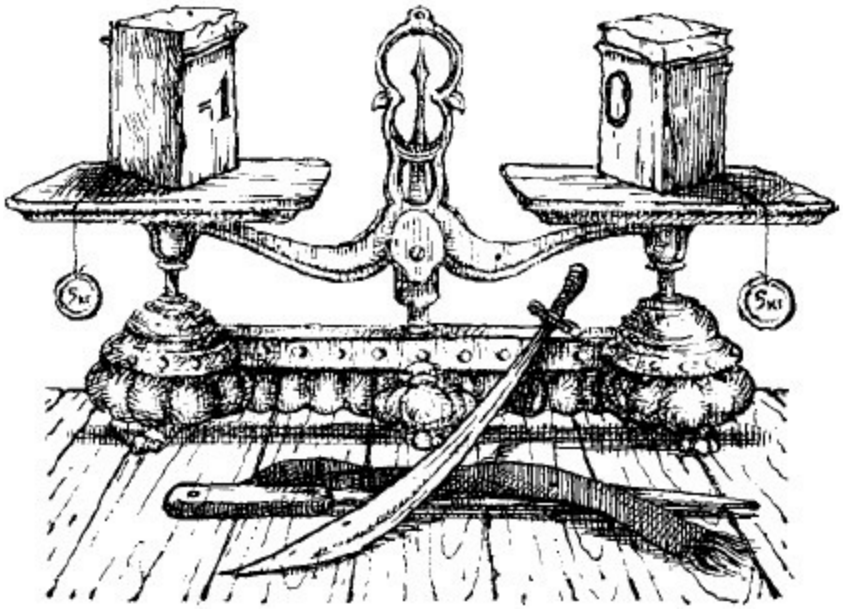


Рис. 44. Как разделить поровну 10 кг масла на правильных весах?

50. И на неверных весах можно достичь того же, но более сложным

путем. Сначала надо разделить десять килограммов масла на две части так, чтобы они были *приблизительно* (на глаз) равны. Затем берут одну из этих частей, кладут на чашку весов; на другую же чашку накладывают камешков или чего угодно до тех пор, пока чашки не будут уравновешены. Тогда снимают с чашки первую часть масла и вместо нее кладут вторую. Если окажется при этом, что чашки весов остаются на прежнем месте, то, значит, обе части масла равны, так как *заменяют одна другую по весу*. В таком случае, разумеется, каждая из них весит ровно 5 кг.

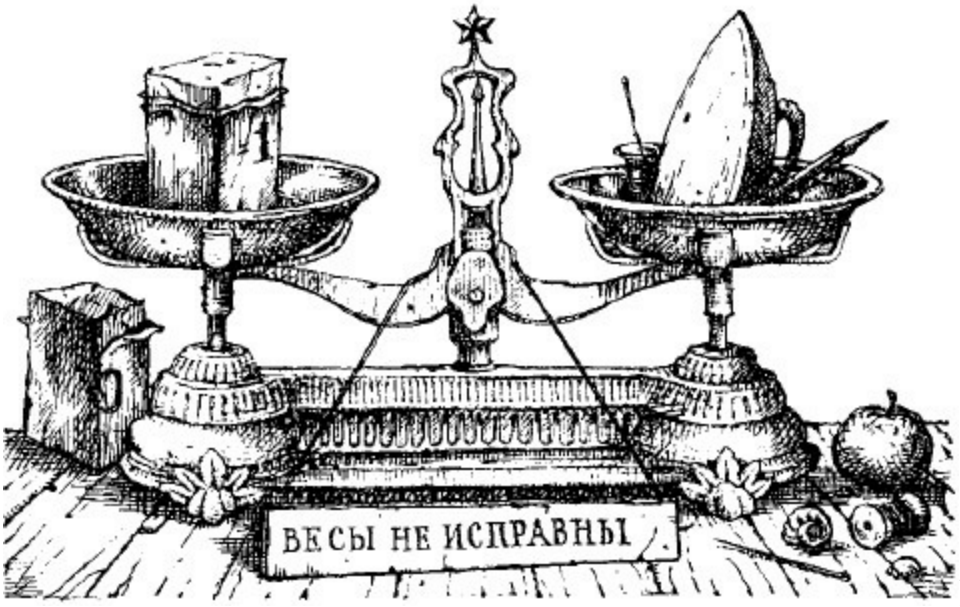
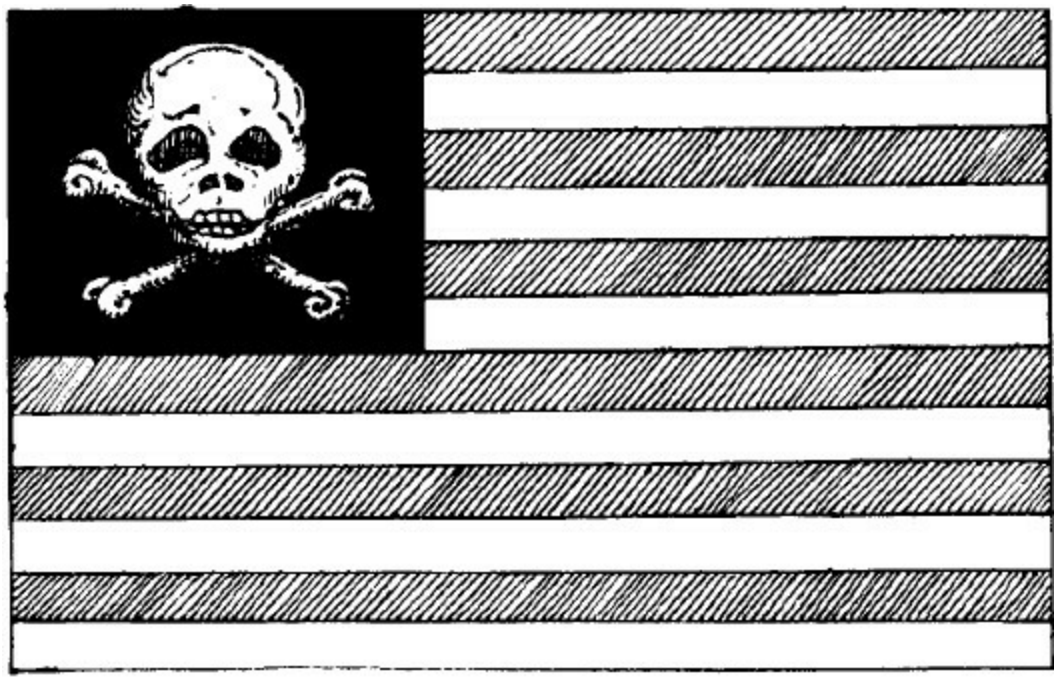


Рис. 45.

Если же чашки не будут на одном уровне, то надо от одного куска переложить немного масла на другой и повторять это до тех пор, пока обе порции не будут вполне заменять друг друга *на одной и той же чашке весов*. Подобным же образом можно действовать и при неверных пружинных весах: перекладывать масло из одного пакета в другой до тех пор, пока оба пакета не будут оттягивать указатель весов до одной и той же черты (хотя эта черта, может, и не стояла против 5 кг).

Искусное разрезание и сшивание



Семь раз отмерь – один раз отрежь

51. Флаг морских разбойников

Семь раз отмерь –
один раз отрежь.

Пословица

Вы видите здесь флаг морских разбойников (рис. 46). Двенадцать продольных полос на нем обозначают, что в плену у пиратов находятся 12 человек. Когда удается захватить новых пленных, пираты подшивают к флагу соответствующее число новых полос. Напротив, при утрате каждого пленного они убирают одну полосу.

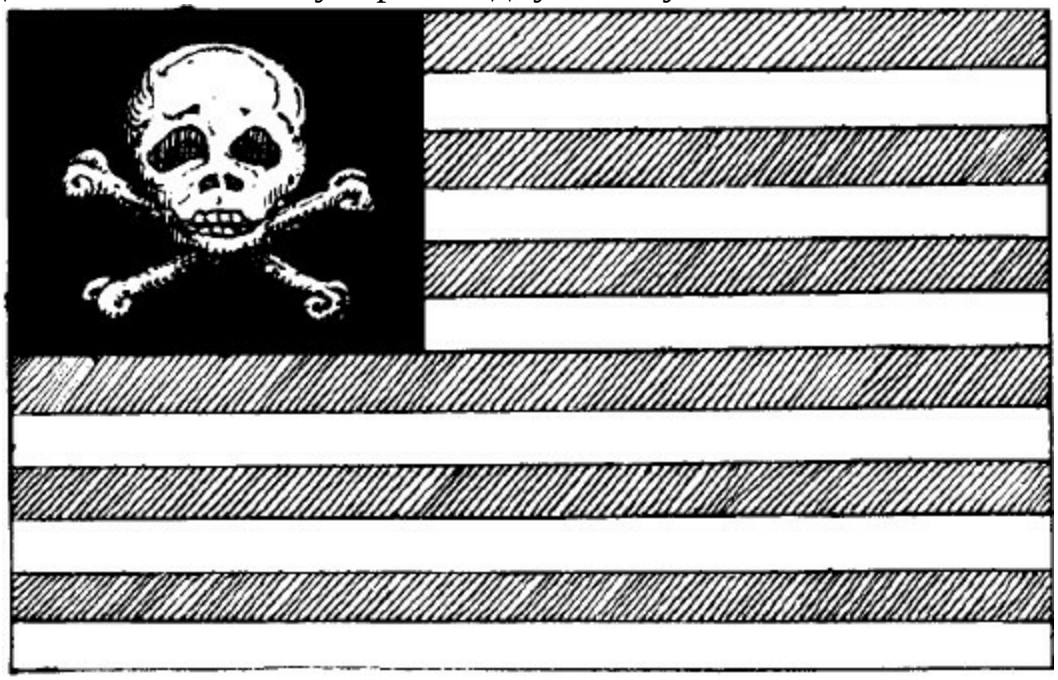


Рис. 46. Пиратский флаг.

На этот раз пираты потеряли двух пленных и, следовательно, должны перешить флаг так, чтобы полос было не 12, а 10. Можете ли вы указать простой способ разрезать флаг на две такие части, чтобы после сшивания их получился флаг с 10 полосами? При этом не должно пропасть ни клочка материи и флаг должен сохранить прямоугольную форму.

52. Красный крест

У сестры милосердия имелся квадратный кусок красной материи, из которого нужно было сшить крест (рис. 47). Она хотела так перешить квадрат, чтобы использовать всю материю. После долгих поисков ей удалось разрезать квадрат на 4 куска, из которых она и сшила крест. В нем было всего два шва, каждый в виде прямой линии. Попробуйте сделать то же самое из квадратного куска бумаги.

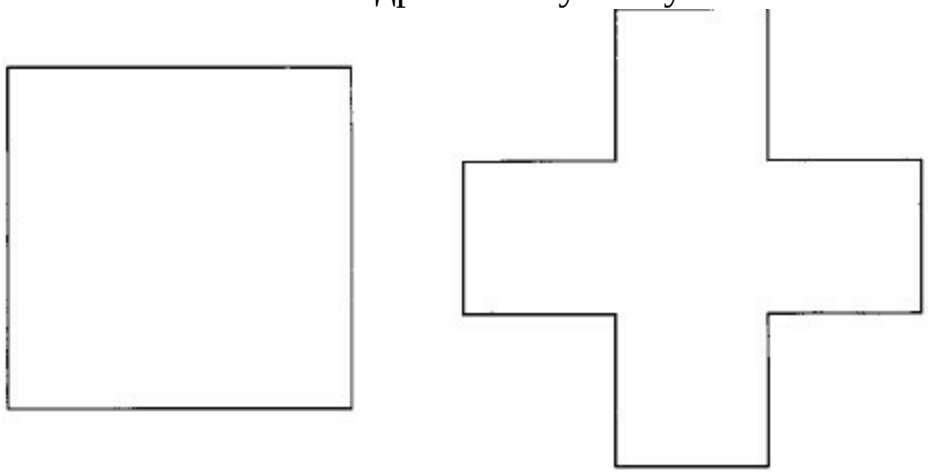


Рис. 47. Красный крест из красного квадрата.

53. Из лоскутков

У другой сестры милосердия были такие обрезки красной материи, какие изображены на рис. 48.

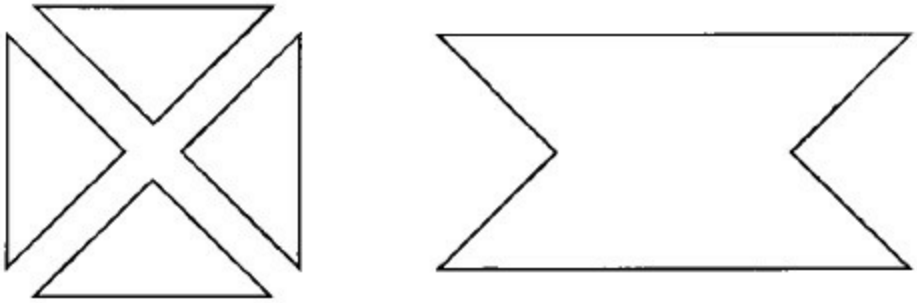


Рис. 48. Красный крест из лоскутьев.

Сестра ухитрилась, не разрезав этих лоскутьев, сшить из них крест. Каким образом?

54. Два креста из одного

У третьей сестры милосердия имелся готовый красный крест из материи, но он был чересчур велик, и она вырезала из него другой, поменьше.

Вырезав крест, сестра собрала обрезки – их оказалось всего 4 – и решила, что из них можно, не разрезая ни одного лоскутка, сшить еще один крест и притом точно такой же величины, как первый.

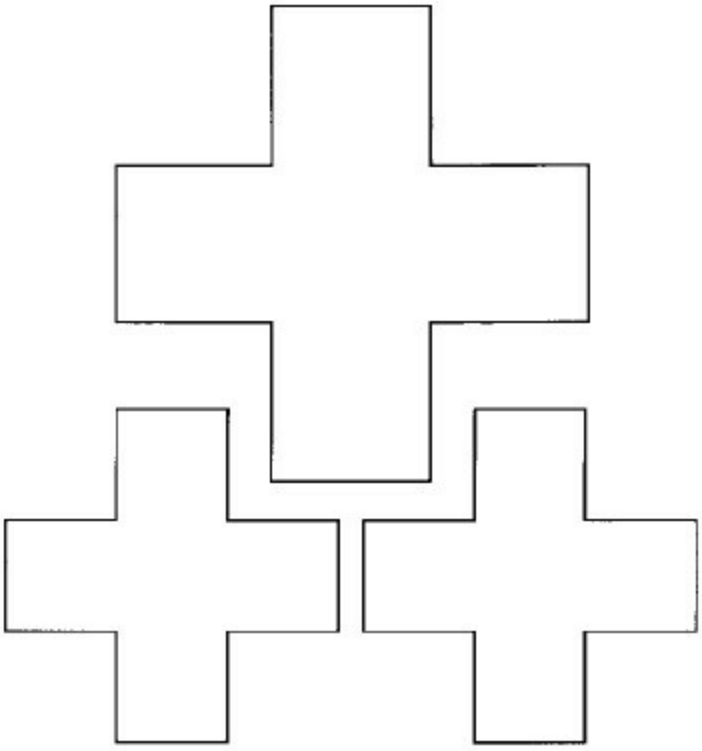


Рис. 49. Два красных креста из одного большого.

А значит, вместо одного креста у нее оказалось два поменьше одинаковой величины – один цельный, другой составной. Можете ли вы показать, как сестра это сделала?

55. Лунный серп

Фигуру лунного серпа (рис. 50) требуется разделить на 6 частей, проведя всего только две прямые линии.

Как это сделать?

Рис. 50. Лунный серп.

56. Деление запятой

Вы видите здесь широкую «запятую» (рис. 51) – Она построена очень просто: на прямой AB описан полукруг, а затем на каждой половине AB описаны полукруги – один вправо, другой влево.

Задача состоит в том, чтобы разрезать запятую одной кривой линией на две совершенно одинаковые части.

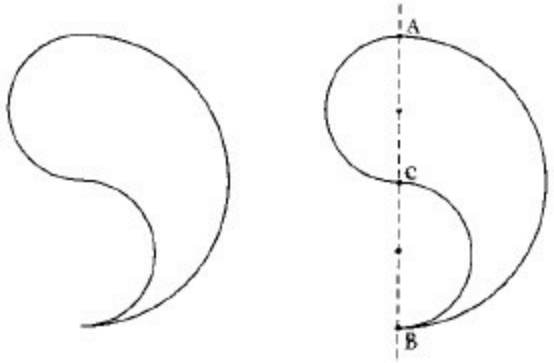


Рис. 51. Деление «запятой» на две равные (по площади) части.

Фигура эта интересна еще и тем, что из двух таких фигур можно составить круг. Каким образом?

57. Развернуть куб

Если вы разрежете картонный куб вдоль ребер так, чтобы его можно было разогнуть и положить всеми 6-ю квадратами на стол, то получите фигуру вроде трех следующих:

Любопытно сосчитать: сколько различных фигур можно получить таким путем? Другими словами, сколькими способами можно развернуть куб на плоскости? Предупреждаю нетерпеливого читателя, что различных фигур не менее двенадцати. Различными условимся считать две развертки, которые не совпадают при наложении друг с другом или одной из них с ее зеркальным отражением.

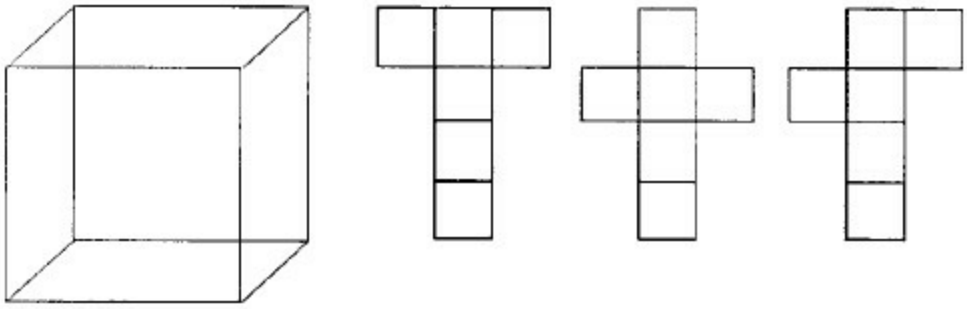


Рис. 52. Куб и его развертки.

58. Составить квадрат

Можете ли вы составить квадрат из пяти кусков бумаги, показанных на рис. 53?

Если вы догадались, как решить эту задачу, попробуйте составить квадрат из пяти одинаковых треугольников той же формы, что и те, с которыми вы сейчас имели дело (один катет вдвое длиннее другого, рис. 54). Вы можете разрезать один треугольник на две части, но остальные четыре должны идти в дело целыми.

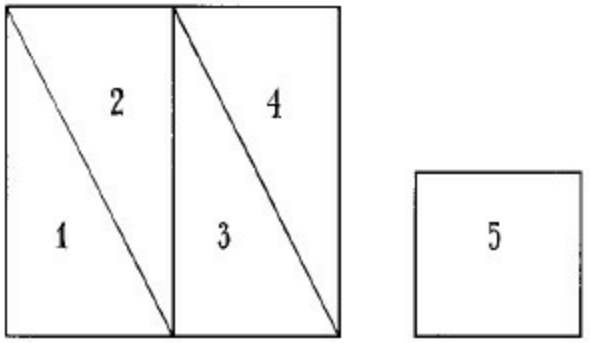


Рис. 53. Заготовка для квадрата.

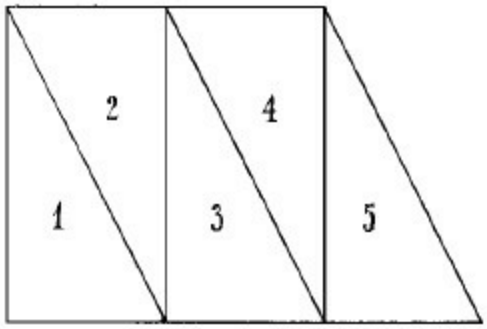


Рис. 54. Еще одна заготовка для квадрата.

59. Четыре колодца

На квадратном участке земли имеются четыре колодца: три рядом, близ края участка, и один в углу (рис. 55) – Участок перешел к четырем арендаторам, которые решили разделить его между собой, но так, чтобы у всех были участки совершенно одинаковой формы и чтобы на каждом из них находился колодец.

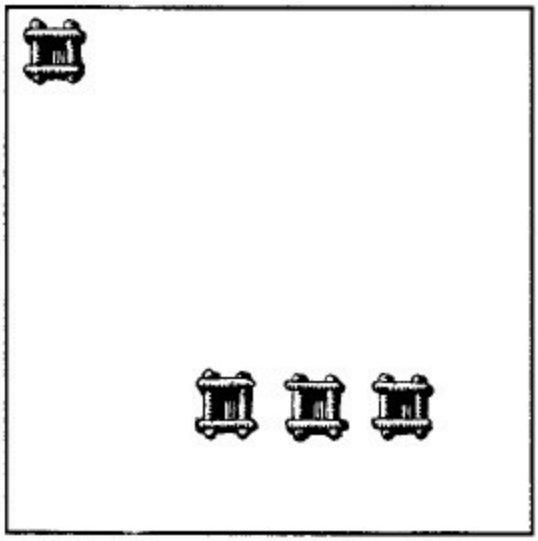


Рис. 55. Как разделить землю и колодцы?
Можно ли это сделать?

60. Куда девался квадратик?

В заключение наших занятий с разрезанием фигур покажу читателю интересный пример разрезания, при котором неизвестно куда исчезает кусочек фигуры.

На клетчатой бумаге вычерчиваю квадрат, заключающий 64 маленьких квадратика. Затем провожу косую линию слева направо, начиная с той точки вверху, где сходятся первый и второй квадратики, и кончая правым нижним углом большого квадрата.

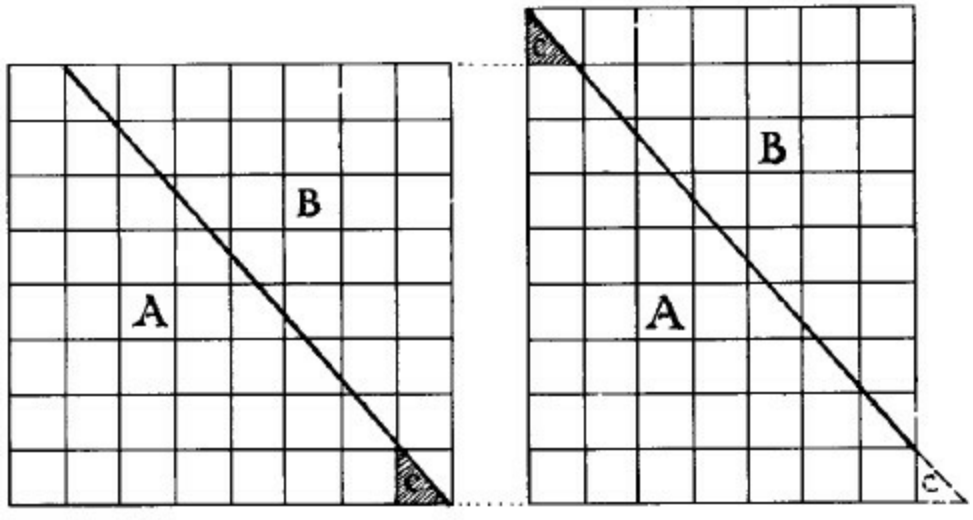


Рис. 56. Куда исчез один квадратик?

Противоположный конец этой косой линии разрежет пополам последний квадратик справа, и в нем образуются два треугольничка. Нижний треугольничек обозначим буквой С. Всю левую часть чертежа обозначим буквой А, правую – буквой В. Теперь разрезаю чертеж по косой линии и двигаю правую часть косо вверх по разрезу так, чтобы эта часть поднялась на один ряд квадратиков. Вверху окажется при этом маленький пустой треугольничек, а внизу направо будет выдаваться треугольничек С. Беру ножницы, отрезаю выступающий маленький треугольничек С и помещаю его вверху – там, где остался незанятый треугольник. Он приходится сюда как раз впору. У нас получился прямоугольник, имеющий 7 квадратиков в высоту и 9 квадратиков в ширину. Но 7 x 9 = 63. Значит, наш прямоугольник заключает теперь всего 63 квадратика, между тем как прежде их было 64. Куда же девался один квадратик?

Решения задач 51-60

51. Нужно разрезать флаг по ступенчатой линии, обозначенной на рис. 57а.

Теперь остается только передвинуть нижнюю часть флага вверх на одну ступеньку и сшить. Получается флаг уже не с 12 полосами, а с 10, рис. 57б. Он стал более продолговатым, но ни одного клочка материи не пропало.

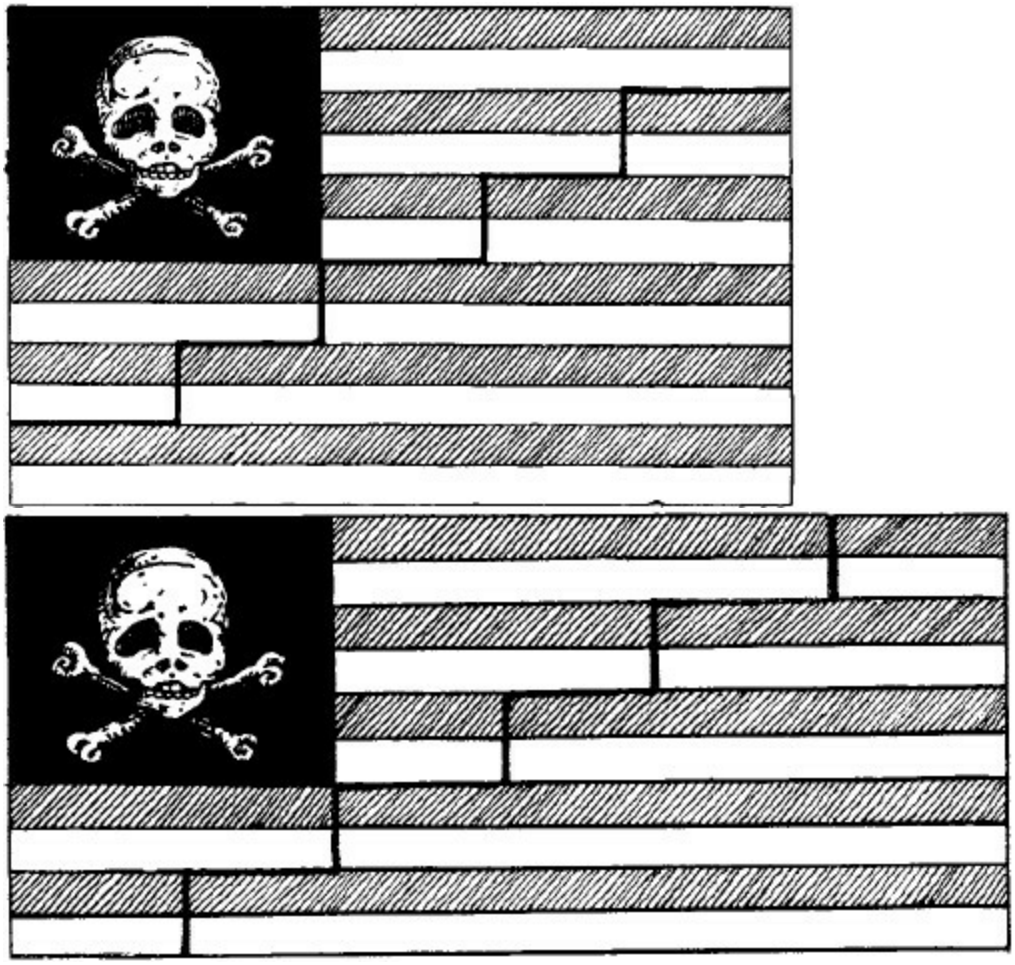


Рис. 57 а, б. Как разрезать и перекроить пиратский флаг.

52. Сестра разрезала квадратный кусок материи на 4 части так, как показано на рис. 58а. Пунктиром обозначены линии разреза от вершин квадрата к середине его сторон.

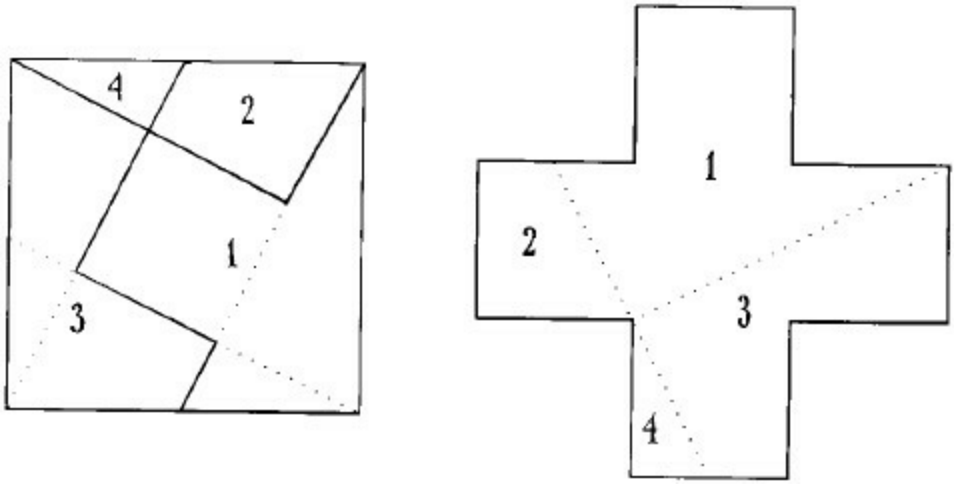


Рис. 58 а, б. Как раскроить квадрат, чтобы из него можно было сшить крест.

Из этих четырех кусков сестра сшила крест (рис. 58 б). Как видите, в нем всего два шва.

53. Вот как сестра сшила крест из обрезков:

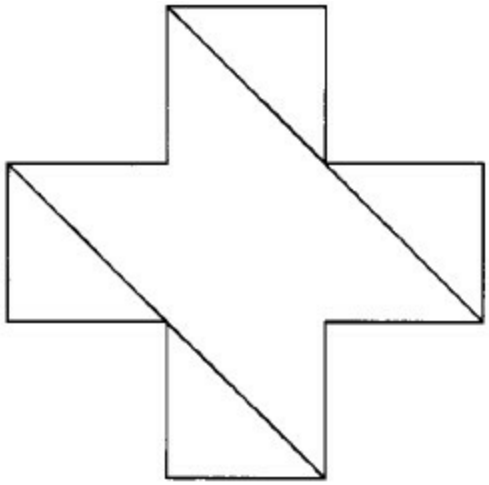


Рис. 59. Как сшить крест из обрезков.

54. Способ, каким сестра вырезала малый крест из большого и составила еще один крест из обрезков, показан на рис. 60.

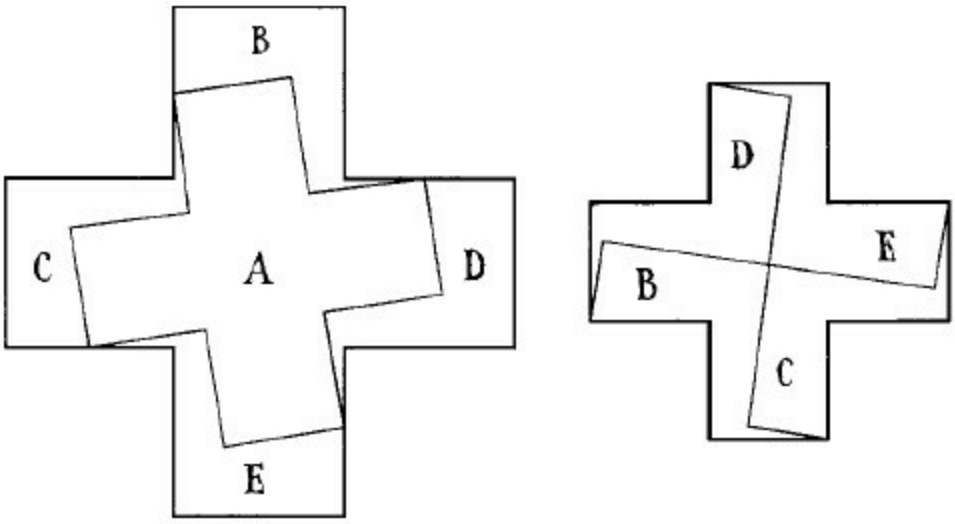


Рис. 60. Как выкроить два малых креста из одного большого.

55. Сделать надо так, как показано на рис. 61. Получаются 6 частей, которые для наглядности пронумерованы.

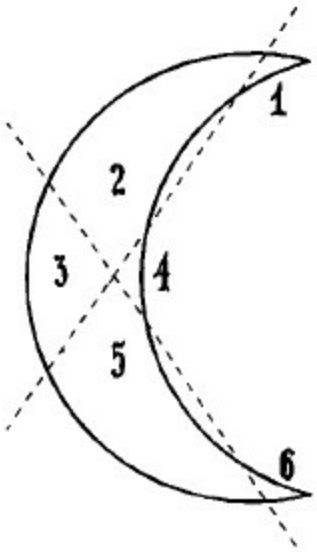
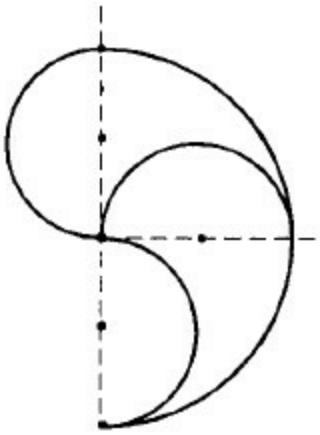


Рис. 61. Как разделить полумесяц (лунный серп).

56. Решение видно из прилагаемого рис. 62. Обе части разделенной «запятой» равны между собой, потому что составлены из одинаковых



частей.

Рис. 63 показывает, как составить круг из двух «запятых» – белой и черной.

Рис. 62. Как разделить «запятую» на две равные (по площади) части.

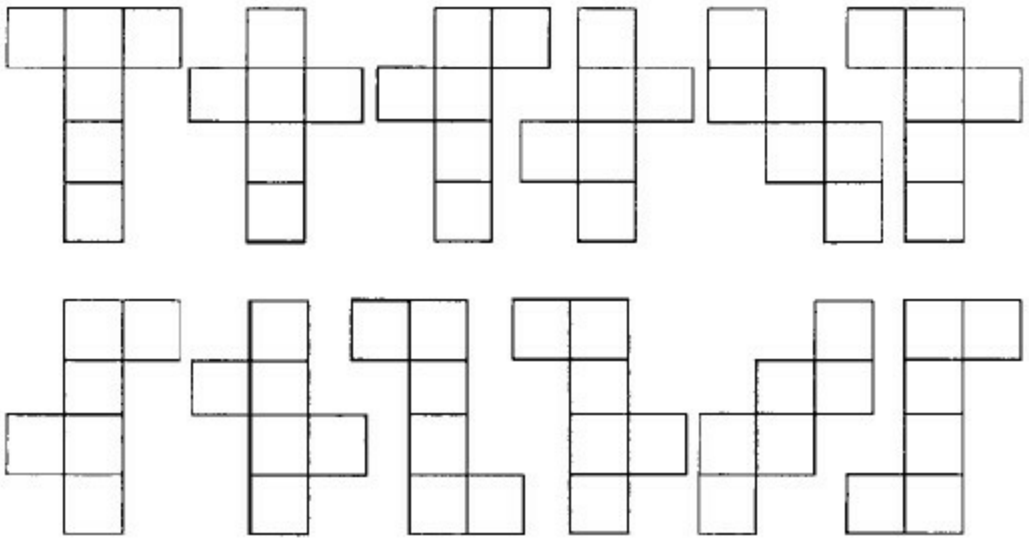


Рис. 63. Как составить круг из двух «запятых» – белой и черной.

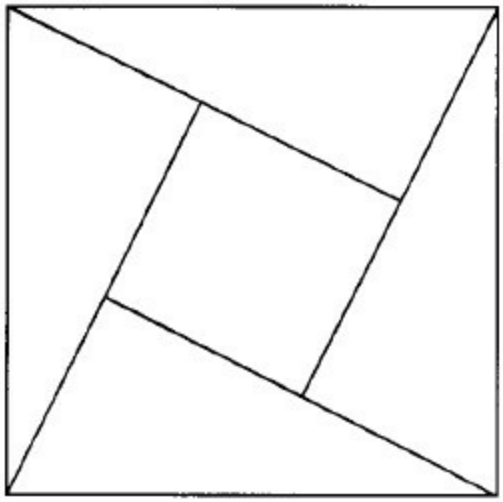


Рис. 64. Развертки куба.

58. Решение первой задачи видно из рис. 65. А вот как составляется квадрат из 5 треугольников (рис. 66). Один треугольник предварительно разрезают, как показано на рис. 66 б.

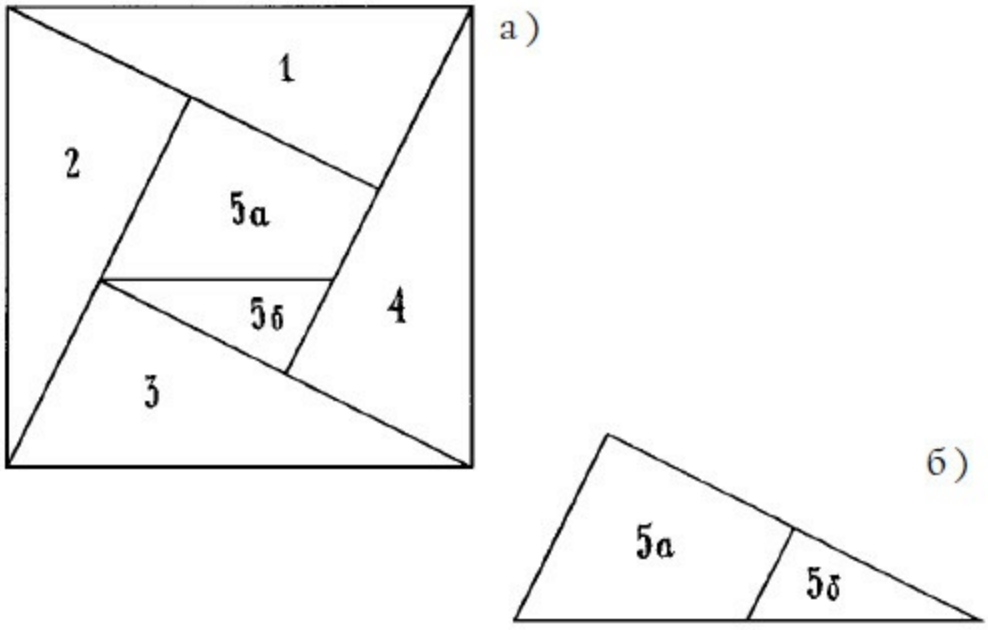


Рис. 65. Квадрат, составленный из четырех треугольников и одного малого квадрата.

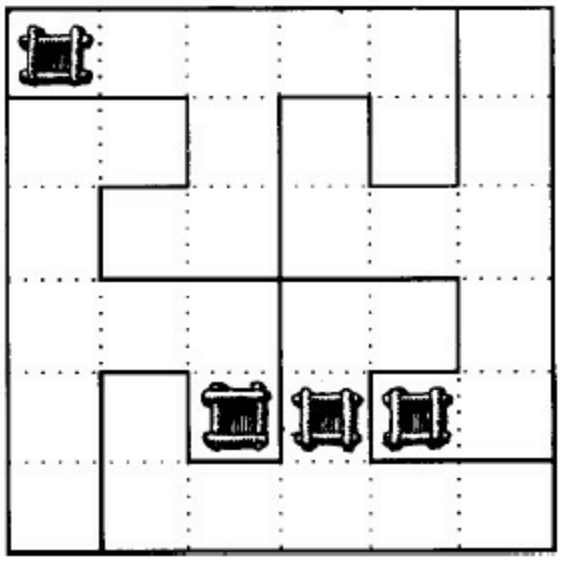


Рис. 66 а, б. Квадрат, составленный из пяти треугольников.

59. Способ раздела земли между четырьмя арендаторами обозначен сплошными линиями на рис. 67.

Рис. 67. Раздел земли и колодцев.

Участки получаются довольно причудливой формы, но зато у всех четырех арендаторов они совершенно одинаковы, и у каждого есть колодец.

60. Секрет непонятного исчезновения 64-го квадратика открывается сразу, стоит только тщательнее исполнить рисунок.

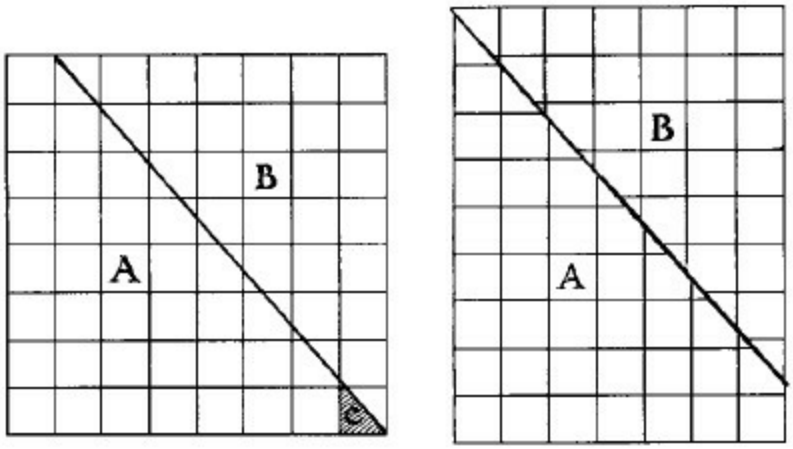
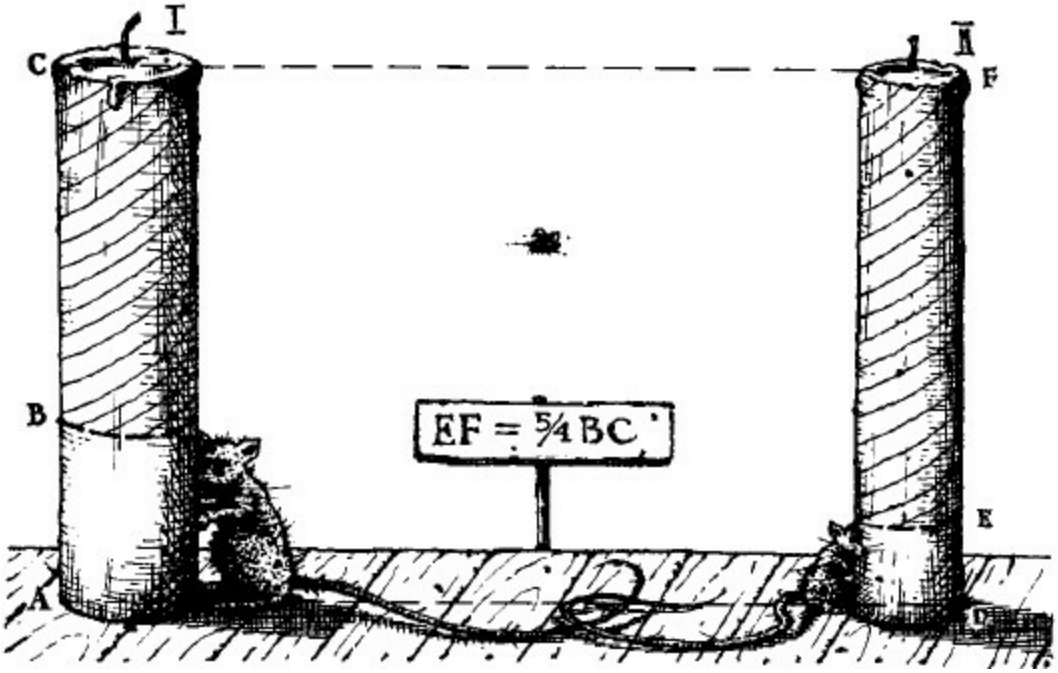


Рис. 68. Тайна исчезнувшего квадратика.

Вглядитесь пристально в приложенный здесь чертеж – вы заметите, что прямоугольник вовсе не составлен из 64 квадратов, как кажется при неотчетливо исполненном чертеже. Те «квадраты», которые расположены вдоль косой линии разреза, совсем не квадраты: каждая из этих фигур по площади немного больше соответствующего квадратика,

из суммы этих избытков и слагается недостающая площадь будто бы исчезнувшего квадратика. Подтасовка выступит яснее, если разграфить фигуру не на 64 квадратика, а всего на 4 x 4 = 16 квадратиков. Наоборот, чем на большее число частей разграфлена фигура, тем труднее уловить ошибку.

Десять замысловатых задач



61. Дешевый сторож

Арендатору большого фруктового сада понадобилось на целые сутки отлучиться как раз в ту пору, когда яблоки поспели и представляли наибольший соблазн для любителей полакомиться на чужой счет. Необходимо было нанять на эти сутки сторожа. Скупой арендатор долго выбирал сторожа подешевле, пока не напал на такого, который вовсе не просил денег, а довольствовался уплатой яблоками. Это понравилось арендатору.

– Сторожить нужно целые сутки без смены и перерыва, никуда не отлучаясь. Поспать успеете потом, когда отдежурите.

– Хорошо, буду без смены. Но платить вам придется не ровно: за каждый следующий час вдвое больше против предыдущего.

Рис. 69

– Это бы можно; но сколько же вы хотите за первый час?

– Уж чего меньше: одно яблоко на первый час дадите, и достаточно. За второй – два яблока положите, и довольно. За третий – четыре, и хватит. За четвертый…

– Ладно, – поспешил согласиться арендатор. – «Если этот чудак так же честен, как нерасчетлив, то я, кажется, сделал выгодное дело: за несколько десятков яблок достал сторожа на целые сутки», – подумал он, уходя. Сторож был нанят, и арендатор спокойно уехал, радуясь

тому, что на свете есть люди, не умеющие считать. Когда спустя сутки арендатор возвратился к своему саду, он увидел у ворот телегу, на которую его сторож ссыпал один мешок яблок за другим.

– Это что такое, – накинулся на него арендатор. – Я вас нанимал сторожить, а не грабить. Куда увозите мои яблоки?

– Были ваши, теперь мои, – спокойно ответил сторож. – Забыли, небось, уговор?

– Уговор? Да разве по нашему уговору вам за одни сутки следует яблок целый воз? Считать не умеете…

– И не один воз следует. Сами считать не умеете.

– Не один воз! Что за вздор! Уж не все ли яблоки моего сада?

– Не только вашего. Во всем городе не закупите яблок, чтобы со мной расплатиться. Возов тысячи три понадобится, не меньше.

– Три тысячи возов яблок? За одни сутки? Ничего не понимаю…

А вы, читатель, понимаете? Кто из них считать не умел: сторож или арендатор? А может быть, ни тот ни другой?

62. Крестьянка и паровоз

Машинист железнодорожного состава задолжал крестьянке за молоко и уклонялся от платежа. Молочница долго ждала и наконец придумала, что делать.

Однажды, когда пары были уже разведены и поезд должен был тронуться, она стала у паровоза и заявила машинисту:

– Отдавай сейчас долг, иначе не пущу поезд!

Машинист, разумеется, только усмехнулся, услыхав такую угрозу.

Но женщина не шутя намеревалась не дать поезду тронуться с места.

И что же? Машинист пустил в ход машину, но паровоз ни с места. Машина работает, а поезд стоит, словно заколдованный.

– Отдай деньги – пущу поезд! – с торжеством объявила крестьянка.

Пришлось машинисту заплатить долг полностью; тогда только поезд тронулся.

В чем же состояло «колдовство» молочницы, и как оно было ею снято?

63. Путешествие шмеля

Шмель отправляется в дальнее путешествие. Из родного гнезда он летит прямо на юг, пересекает речку и, наконец, после целого часа пути спускается на косогор, покрытый душистым клевером. Здесь, перелетая с цветка на цветок, шмель остается полчаса.

Теперь надо посетить сад, где он вчера заметил цветущие кусты крыжовника. Сад лежит на запад от косогора, и шмель спешит прямо туда. Спустя 3/4 часа он уже в саду. Крыжовник в полном цвету; на то, чтобы посетить все цветы, уходит полтора часа. А затем, не отвлекаясь в стороны, кратчайшей дорогой летит домой, в родное гнездо.

Рис. 70.

Сколько времени отсутствовал шмель?

64. Ящик

У меня есть ящик, и я могу вам сказать, что крышка его заключает 120 квадратных дюймов, передняя стенка – 96, а боковая – 80.

Можете ли вы определить, каковы размеры моего ящика, т. е. сколько он имеет в длину, ширину и высоту?

65. Две цепи

Найдены два обрывка железной цепи, составленные из одинаковых звеньев. Один обрывок, будучи растянут, занимает в длину 36 см, другой – 22 см. Толщина кольца – полсантиметра. В длинной цепи на 6 звеньев больше, чем в короткой.

Сколько звеньев в каждом обрывке?

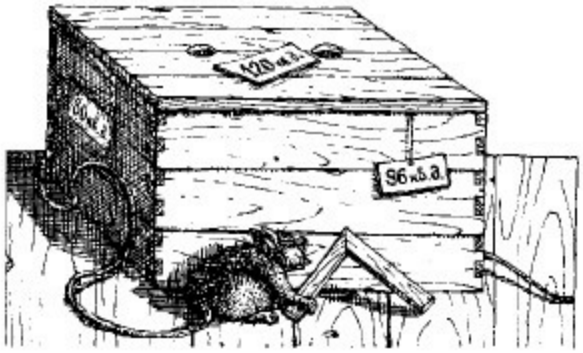


Рис. 71. Мой ящик.

66. Мешки с мукой

Мельнику потребовалось взвесить 5 мешков с мукой. У него имелись весы, но не хватало некоторых гирь, и поэтому невозможно было взвесить меньше, чем 100 кг. Мешки же весили около 60 кг каждый.

Мельник не растерялся и стал взвешивать мешки по два, парами. Из 5 мешков можно составить 10 различных пар: поэтому пришлось сделать 10 взвешиваний. Получился ряд чисел, который приведен здесь в возрастающем порядке:

110 кг, 112 кг, 113 кг, 114 кг, 115 кг,

116 кг, 117 кг, 118 кг, 120 кг, 121 кг.

Но сколько же весит каждый мешок в отдельности? Как это узнать?

Мельник справился с задачей довольно быстро. Вероятно, и вы догадаетесь, как она решается.

67. Три дочери и два сына

Дядя приехал навестить своих двух племянников и трех племянниц, которых давно не видел.

Первыми вышли к нему маленький Володя с сестренкой Женей, и мальчуган гордо объявил дяде, что он в два раза старше своей сестры.

Затем выбежала Надя, и вошедший с нею папа сказал гостю, что обе девочки вдвое старше мальчика.

Когда пришел из школы Алеша, папа объявил, что мальчики вместе вдвое старше обеих девочек.

Позднее всех пришла Лида и, увидев гостя, радостно воскликнула:

– Дядя, вы приехали как раз в день моего рождения! Мне сегодня исполнился 21 год!

– И знаете еще что, – прибавил отец, – я сейчас сообразил, что мои три дочери вместе вдвое старше обоих моих сыновей.

Сколько же лет было каждому сыну и каждой дочери?

68. Две свечи

Внезапно погас электрический свет во всей квартире – испортилась проводка. Чтобы не прерывать работы, я зажег две свечи, стоявшие на моем письменном столе на всякий случай, и при их свете занимался до тех пор, пока проводка не была приведена в исправность.

Спустя день мне понадобилось узнать, на сколько именно времени было прервано электрическое освещение. Я забыл отметить по часам, когда выключили свет и когда его включили снова. Не помнил я и длины свеч. Знаю только, что одна свеча была потолще, такие свечи сгорают целиком за 5 часов, другая – потоньше и могла бы сгореть за 4 часа. Ищу огарки – и не нахожу: домашние выбросили их.

– Какой же они были длины? – спрашиваю у них.

– Один был совсем маленький, а другой побольше.

– Во сколько же раз больше? Вдвое?.. Не помните ли этого? – допытывался я.

– Ровно в четыре раза, – ответили мне. Итак, стало известно только то, что один огарок был в четыре раза длиннее другого. Возможно ли на этом основании определить, сколько времени горели свечи?

69. Девятьсот поклонов

В одной школе обучалось вдвое больше девочек, чем мальчиков. Заведующий ввел обычай: ежедневно поутру каждый мальчик должен был делать поклон заведующему, каждому из своих товарищей-мальчиков и каждой девочке, каждая девочка также должна была делать поклон заведующему, каждой своей подруге и каждому мальчику. Этот церемонный обычай строго соблюдался, и поэтому ежедневно утром можно было насчитать 900 поклонов. Сколько было в школе мальчиков и девочек?

70. Наследство раджи

Некий раджа, умирая, оставил свои брильянты сыновьям. В завещании его дети прочитали: старший сын получает 1 брильянт и седьмую долю всех остальных; второй сын получает 2 брильянта и седьмую долю всех остальных; третий сын – 3 брильянта и седьмую долю всех остальных; четвертый – 4 брильянта и седьмую долю всех остальных и т. д. Таким образом наследство было разделено между сыновьями без остатка.

Сколько сыновей было у раджи и сколько он оставил брильянтов?

Решения задач 61-70

61. Сторож рассчитал совершенно правильно: ему действительно причиталось даже более трех тысяч возов яблок, как это ни невероятно.

В самом деле. Проследим, как возрастало вознаграждение сторожа с каждым часом.

За 1-й час сторож должен был получить яблоко, за 2-й час – 2 яблока, за 3-й час – 4 яблока, за 4-й – 8, за 5-й – 16, за 6-й – 32, за 7-й – 64, за 8-й – 128, за 9-й – 256, за 10-й – 512.

Пока еще вознаграждение как будто не грозит арендатору разорением: за первые 10 часов сторожу причиталось всего около полутысячи яблок.

Но продолжим исчисление.

За 11-й час сторожу следовало 1024 яблока, за 12-й– 2048, за 13-й– 4096, за 14-й– 8192, за 15-й– 16 384.

Накапливается внушительное число яблок, но все же до трех тысяч возов еще далеко.

Далее.

За 16-й час следовало 32 768 яблок.

За 17-й —»-»– 65 536 —»—

За 18-й —»-»– 131 072 —»—

За 19-й —»-»– 262 144 —»—

За 20-й —»-»– 524 288 —»—

Арендатор уже должен сторожу свыше полумиллиона яблок. Но сутки не кончены – остается еще 4 часа.

За 21-й надо было уплатить 1 048 576 яблок

За 22-й —»-»-»– 2 097 152 —»—

За 23-й —»-»-»– 4 194 304 —»—

За 24-й —»-»-»– 8 388 608 —»—

Теперь нужно сложить все эти числа от 1 до 8 388 608. Получаем 16 777 215 яблок. Итак, сторожу за одни сутки следовало согласно уговору *почти 17 миллионов яблок!* Чтобы только пересчитать такое количество яблок по одному в секунду, понадобилось бы *полгода непрерывного счета!* Полагая по 10 яблок на килограмм, узнаем, что все причитающиеся сторожу яблоки должны были весить 1 677 721 кг, или

1678 тонн.

Это составило бы вагонов 80, груженных яблоками, или, считая по полтонны на воз, свыше 3000 возов. Не правда ли, можно было найти сторожа и подешевле?

62. Крестьянка не дала поезду отправиться в путь тем, что смазала маслом рельсы впереди паровоза. По скользким рельсам не могут катиться колеса паровоза; они вертятся на одном месте, но не катятся вперед, так как нет трения, благодаря которому колеса словно цепляются за рельсы. Вспомните, как трудно ходить по гладкому льду: ноги скользят, не находя опоры, и мы не можем сдвинуться с места. По той же причине не мог сдвинуться и паровоз. Когда же машинист уплатил долг, крестьянка «сняла колдовство», посыпав смазанные рельсы песком. История эта, конечно, могла произойти только в давнее время; на современных паровозах имеются специальные песочницы, из которых машинист с помощью особого приспособления высыпает песок на рельсы, когда они становятся скользкими, например, от дождя.

63. Задача решалась бы очень просто, если бы было известно, сколько времени понадобилось шмелю на перелет из сада в родное гнездо. Этого в задаче не сказано, но геометрия поможет нам самим узнать необходимые данные.

Начертим путь шмеля. Мы знаем, что шмель летел сначала «прямо на юг» в течение 60 мин. Затем он летел 45 мин «на запад», т. е. под прямым углом к прежнему пути. Оттуда «кратчайшей дорогой», т. е. по прямой линии – обратно к гнезду. У нас получился прямоугольный треугольник ABC, в котором известны оба катета, AB и BC, и надо определить третью сторону, – гипотенузу AC. Геометрия учит, что если какая-нибудь величина содержится в одном катете 3 раза, а в другом – 4 раза, то в третьей стороне – гипотенузе – та же величина должна содержаться ровно 5 раз.

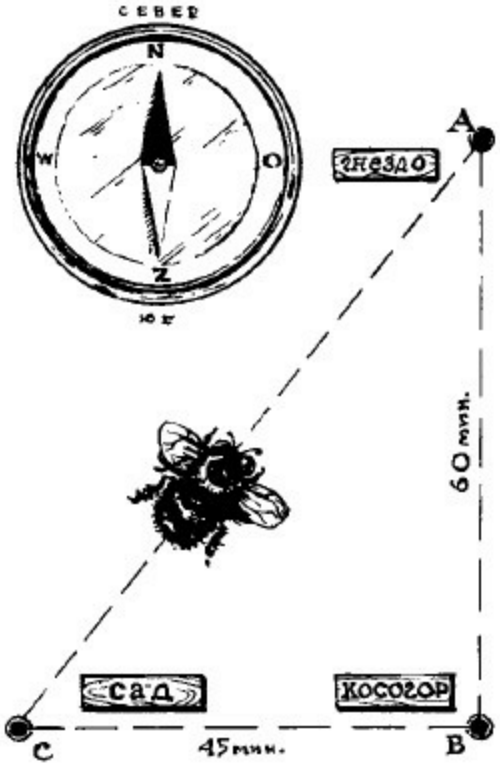


Рис. 72. Маршрут шмеля.

Например, если катеты треугольника равны 3 и 4 м, то гипотенуза равна 5 м; если катеты равны 9 и 12 км, то третья сторона равна 15 км и т. п. В нашем случае один катет равен 3х15 мин пути, другой – 4 х 15 мин пути; значит, гипотенуза АС равна 5х15 мин пути. Итак, мы узнали, что из сада к гнезду шмель летел 75 мин, то есть 11/4 часа. Теперь легко уже подсчитать, сколько времени шмель отсутствовал. На перелеты он потратил:

$$1 \text{ час} + \frac{3}{4} \text{ часа} + 1\frac{1}{4} \text{ часа} = 3 \text{ часа}.$$

На остановки у него ушло времени:

$$\frac{1}{2} \text{ часа} + 1\frac{1}{2} \text{ часа} = 2 \text{ часа}.$$

Итого: 3 часа + 2 часа = 5 часов. 64. Поверхность крышки равна произведению длины ящика и его ширины; поверхность боковой стенки равна высоте х ширину; поверхность передней стенки – высоте х длину. Таким образом,

длина × ширина = 120;

высота × ширина = 80;

высота × длина = 96.

Перемножим первые два равенства. Получим:

длина × высота × ширина × ширина = 120 × 80.

Разделим это новое равенство на 3-е:

$$\frac{\text{длина} \times \text{высота} \times \text{ширина} \times \text{ширина}}{\text{длина} \times \text{высота}} = \frac{120 \times 80}{96}.$$

Сократив дробь и произведя действия, имеем

ширина × ширина = 100.

И, следовательно, ширина ящика равна 10 см. Зная это, легко определить, что высота ящика равна

80: 10 = 8 см, а его длина = 96: 8 = 12 см.

65. Вы не решите этой простой задачи, если не уясните себе сначала, из чего складывается длина цепи. Всмотритесь в рис. 73.

Вы видите, что длина натянутой цепи складывается из полной ширины первого звена, к которой с присоединением каждого нового звена прибавляется не полная ширина звена, а ширина звена без его двойной толщины. Теперь перейдем к нашей задаче.

Мы знаем, что одна цепь длиннее другой на 14 см и имеет на 6 звеньев больше. Разделив 14 на 6, получаем 21/3. Это и есть ширина одного звена, уменьшенная на двойную его толщину. Так как толщина кольца известна – полсантиметра, то полная ширина каждого звена равна 21/3 + 1/2 + 1/2 + 3 1/3 сантиметра.

Теперь легко определить, из скольких звеньев состояла каждая цепь. Из рисунка видно, что если мы отнимем от 36-сантиметровой цепи двойную толщину первого звена, т. е. 1 см, а разность разделим на 21/3, то получим число звеньев в этой цепи:

35: 21/3 = 15.

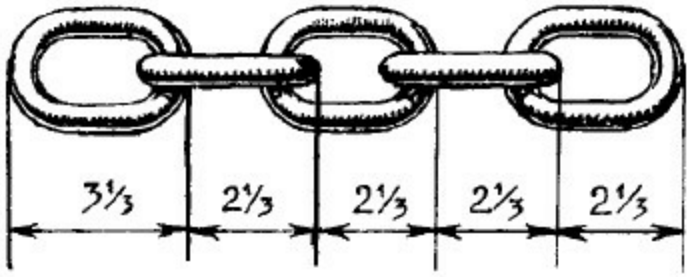


Рис. 73. Звенья цепи.

Точно так же узнаем число звеньев в 22-дюймовой цепи: 21: 21/3 = 9.

66. Мельник начал с того, что сложил все 10 чисел. Полученная сумма, 1156 кг – не что иное, как учетверенный вес мешков: ведь в нее вес каждого мешка входит 4 раза. Разделив эту величину на 4, узнаем, что пять мешков вместе весят 289 кг.

Для удобства обозначим мешки в соответствии с их весом номерами. Самый легкий мешок получит номер 1, второй по тяжести – 2 и т. д.; самый тяжелый мешок – номер 5. Нетрудно сообразить, что в ряду чисел: 110 кг, 112 кг, 113 кг, 114 кг, 115 кг, 116 кг, 117 кг, 118 кг, 120 кг, 121 кг – первое число составилось из веса двух самых легких мешков, 1 и 2, второе число – из веса мешков 1 и 3. Последнее число есть не что иное как вес двух самых тяжелых мешков, 4 и 5, а предпоследнее – 3-го и 5-го. Итак,

1 и 2 вместе весят 110 кг
1 и 3 —»-»– 112 —»—
3 и 5 —»-»– 120 —»—
4 и 5 —»-»– 121 —»—

Теперь легко узнать *сумму* весов мешков 1, 2, 4 и 5: она равна 110 кг + 121 кг = 231 кг. Вычтя это число из общей суммы веса всех мешков (289 кг), получаем вес мешка 3, именно 58 кг.

Далее, из суммы веса мешков 1 и 3, т. е. из 112, вычитаем известный уже нам вес мешка 3; получается вес мешка 1: 112 кг – 58 кг = 54 кг.

Точно так же узнаем вес мешка 2, вычтя 54 кг из 110 кг, т. е. из суммы веса мешков 1 и 2. Получаем: вес мешка 2 равен 110 кг – 54 кг = 56 кг.

Из суммы веса мешков 3 и 5, т. е. из 120, вычитаем вес мешка 3, который равен 58 кг; узнаем, что мешок 5 весит 120 кг – 58 кг = 62 кг.

Остается определить вес мешка 4 из суммы весов мешков 4 и 5, т. е. из 121 кг. Вычтя 62 из 121, узнаем, что мешок 4 весит 59 кг.

Итак, вот вес мешков:

54 кг, 56 КГ, 58 КГ, 59 КГ, 62 КГ.

67. Мы знаем, что Володя вдвое старше Жени, а Надя и Женя вместе вдвое старше Володи. Значит, годы Нади и Жени, сложенные вместе, *вчетверо* больше, чем возраст Жени. Отсюда прямо следует, что *Надя старше Жени в 3 раза.* Далее, мы знаем, что сумма лет Алеши и Володи вдвое больше суммы лет Нади и Жени. Но возраст Володи есть удвоенный возраст Жени, а годы Нади и Жени, сложенные вместе, есть

учетверенный возраст Жени. Следовательно, годы Алеши + удвоенный возраст Жени = 8-кратному возрасту Жени, т. е.:

Алеша старше Жени в 6 раз.

Наконец, нам известно, что сумма возрастов Лиды, Нади и Жени равна удвоенной сумме возрастов Володи и Алеши. Имея перед глазами табличку:

Лиде – 21 год.

Надя – в 3 раза старше Жени,

Володя – в 2 раза старше Жени,

Алеша – в 6 раз старше Жени,

мы можем сказать, что

21 год + утроенный возраст Жени + возраст Жени = 4-кратному возрасту Жени + 12-кратному возрасту Жени,

или:

21 год + 4-кратный возраст Жени = 16-кратному возрасту Жени.

Значит, 21 год равен 12-кратному возрасту Жени и, следовательно, Жене 21: 12 = 13/4 года. Теперь уже легко определить, что Володе 31 */2* года, Наде – 51/4 и Алеше – 101/2 лет.

68. Для ясности нарисуем рядом две свечи – толстую, которая сгорает за 5 часов, и тонкую, которая сгорает за 4 часа. Заштрихуем сгоревшие части обеих свечей. Легко сообразить, что длина сгоревшей части тонкой свечи (ЕЕ)должна составлять 5/4 длины сгоревшей части толстой (ВС); другими словами, заштрихованный в клетку избыток тонкой свечи (ЕК) составляет по длине *1/4* сгоревшей части толстой (ВС). Но в то же время длина этого избытка равна *1/4* длины толстого огарка (АВ). Другими словами, мы узнали, что 3/4 длины толстого огарка равны *1/* 4 длины сгоревшей части толстой свечи. Значит, 4/4 толстого огарка, т. е. весь огарок, составляет *1/4* × 4/3 = *1/* 3 толстой

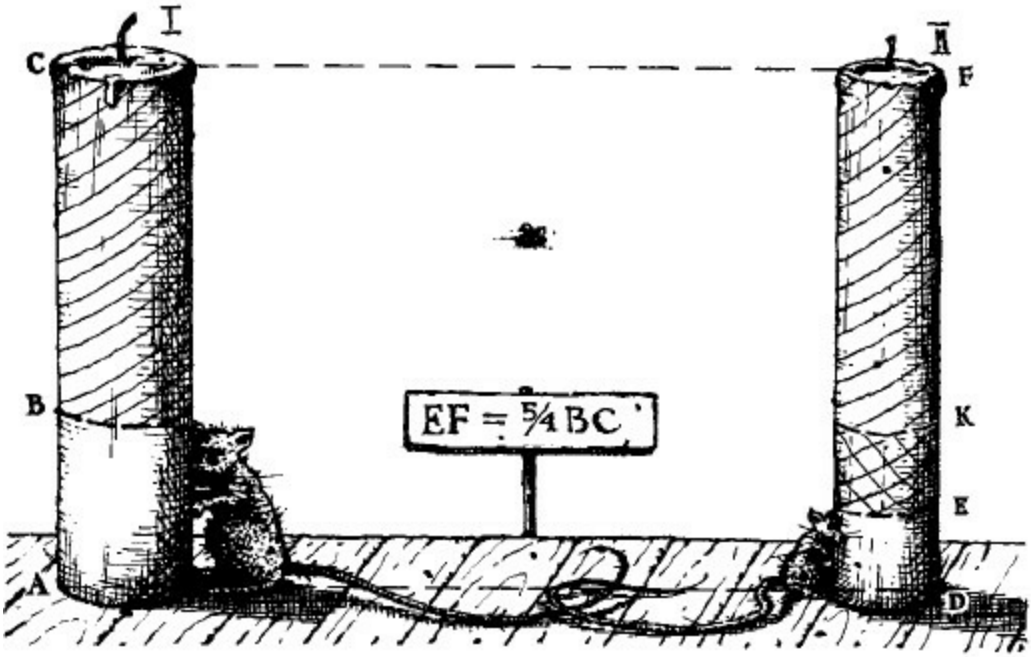
свечи. 

Рис. 74. Две свечи – толстая и тонкая.

Итак, огарок толстой свечи равен *1/* 3 сгоревшей части или *1/* 4 всей длины свечи. Сгорело, следовательно, 3/4 толстой свечи. А так как вся свеча могла сгореть за 5 часов, то 3/4 ее горело в течение

$$\frac{5\times 3}{4}=\frac{15}{4}=3\frac{3}{4}$$

Ответ: свечи горели 33/4 часа.

69. Каждый ученик и ученица ежедневно раскланивались со всеми остальными школьниками и с заведующим. С самими собою, конечно, не раскланивались, зато делали поклон заведующему, так что каждый школьник и школьница ежедневно делали столько поклонов, сколько было детей в школе. Значит, все дети вместе ежедневно делали столько поклонов, сколько будет, если умножить их общее число само на себя.

Итак, мы знаем, что 900 – это число детей, умноженное само на себя. Какое же число, умноженное на себя, составит 900? Очевидно, 30. А так как девочек было вдвое больше, чем мальчиков, то из 30 детей было 20 девочек и 10 мальчиков.

Проверим это. Девочки делают 19 × 20 = 380 поклонов подругам и 20 × 10 = 200 поклонов мальчикам. Мальчики мальчикам делают 9 × 10 = 90 и девочкам – 10 × 20 = 200 поклонов. Итого: 380 + 200 + 90 + 200 = 870 поклонов. Присоединив еще 30 поклонов заведующему, имеем

ровно 900.

70. Задачу надо решать с конца. Самый младший сын получил столько брильянтов, сколько было сыновей, и еще 1/7 остальных; но так как остатка никакого не было, то младший сын получил столько брильянтов, сколько было всех сыновей. Далее, предыдущий сын получил брильянтов на один меньше, чем было сыновей, да еще 1/7 остальных брильянтов. Значит, то, что получил самый младший, есть 6/7 этого «остального» (а все «остальное» есть 7/7).

Отсюда вытекает, что число брильянтов самого младшего сына должно делиться на 6 без остатка. Попробуем допустить, что их было 6, и испытаем, подходит ли это число.

Если младший сын получил 6 брильянтов, то значит, он был шестой сын, и всех сыновей было 6. Пятый сын получил 5 брильянтов плюс 1/7 от 7, т. е. 5 + 1 = 6. Далее, 12 камней есть 6/7, оставшегося после *четвертого сына* , полный остаток – 14 камней, и четвертый сын получил 4 + 1/7; от 14 = 6.

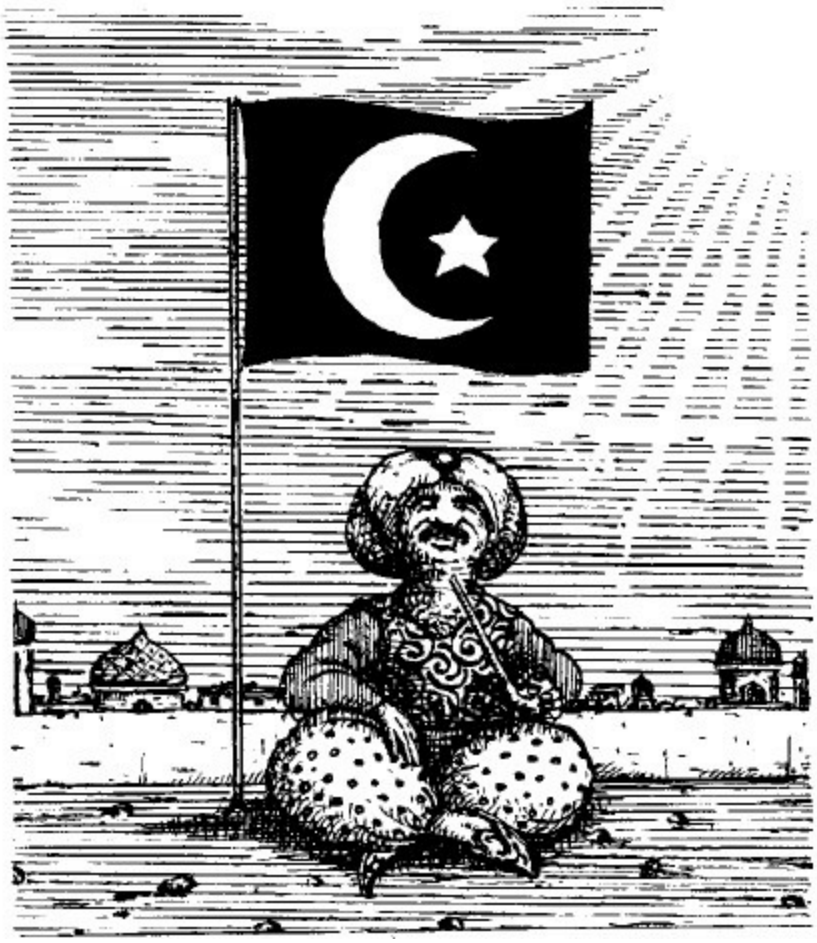
Вычисляем то, что осталось после *третьего сына* : 18 есть 6/7 этого остатка; значит, полный остаток – 21. Третий сын получил 3 + 1/7 от 21 = 6 брильянтов.

Точно так же узнаем, что на долю второго и первого сына пришлось тоже по 6 камней.

Итак, у раджи было *36 брильянтов и 6 сыновей.*

Мы проверили число 6 и нашли, что оно удовлетворяет условиям задачи. Испытав 12, 18 и 24, убедимся, что эти числа не годятся, а больше двух дюжин детей у раджи едва ли могло быть.

Десять задач о земле и небе



71. Всюду юг!

Существует шуточный рассказ [2] об одном турке, который будто бы попал однажды в «самую восточную страну». Турок так описывает эту сказочную страну:

«И впереди восток, и с боков восток. А запад? Вы, может быть, думаете, что он все-таки виден, как точка какая-нибудь, едва движущаяся вдали?.. Неправда! И сзади восток! Короче – везде и всюду нескончаемый восток!» Такой страны, которая со всех сторон окружена востоком, конечно, быть не может. Но зато существует такое место на земном шаре, которое отовсюду окружено *югом:* во все стороны от этого места простирается «один нескончаемый юг».

Это кажется с первого взгляда невозможным, а между тем стоит лишь немного подумать, и вы сообразите, что такое необычайное место на земном шаре существует. В этом удивительном месте развевается теперь английский флаг, и я уверен, что вы даже знаете имя человека, который водрузил его.

Где же находится это место?

Чтобы помочь вам догадаться, я прибавлю, что там не жарко, даже не тепло, хотя во все стороны от него простирается юг.

72. По телефону

В Америке между Нью-Йорком и Сан-Франциско устроено телефонное сообщение, так что жители Нью-Йорка, расположенного на берегу Атлантического океана,

могут переговариваться по телефону с жителями Сан-Франциско, живущими на берегу Тихого океана. Конторы в Северной Америке открыты с 10 часов утра до 4 часов дня.

В течение скольких дневных часов конторские служащие в Нью-Йорке и Сан-Франциско могут вести между собой деловые разговоры по телефону?

73. Где начинаются дни недели?

В воскресенье гости засиделись за полночь.

– Пора уходить, – объявил один, – завтра понедельник, и надо быть рано на службе.

– Завтра вторник, – с улыбкой поправил его хозяин.

– Что вы? Разве сегодня не воскресенье?

– Нет, уже понедельник: ведь сейчас пробило двенадцать часов!

– А, вот вы о чем! Ну, разумеется, раз полночь наступила, значит, теперь уже понедельник.

– Не везде, – вмешался другой гость, моряк. – Здесь у нас, в Москве, понедельник, но в Ленинграде еще воскресенье: там сейчас половина двенадцатого.

– Правильно, – согласился хозяин, – теперь понедельник только на восток от нас: в Нижнем, в Перми, в Красноярске…

– В Красноярске понедельник начался четыре часа назад, – пояснил моряк. – А в Петропавловске понедельник наступил уже восемь часов назад. Кстати, как вы думаете, где понедельник всего раньше наступает?

– В самом деле! – воскликнул хозяин. – А вот еще интересный вопрос: чем дальше на восток, тем понедельник

наступает раньше. А между тем на запад от нас простирается еще воскресенье. Значит, должна же где-нибудь проходить граница между воскресеньем и понедельником: ведь Земля круглая. Где же эта граница?

– Там, где начинаются дни недели, – ответил моряк.

– Я не знаю, как решается эта задача, – заметила одна гостья, – но мне вспоминается интересный рассказ Эдгара По о «Трех воскресеньях на одной неделе». Два моряка вернулись из кругосветного плавания и сошлись вместе. Один объехал земной шар с запада на восток, другой – с востока на запад; оба оказались в некотором пункте в один и тот же день. Но каждый из двух путешественников называл этот день иначе. Тот, который объехал Землю с запада на восток, совершил лишний оборот вокруг земной оси; он лишний раз видел восход Солнца, и потому он насчитал одним днем больше, чем следует. Он убежден, что воскресенье было вчера, между тем как оно наступило только сегодня.

Другой моряк, прибывший с востока и, следовательно, все время двигавшийся против вращения Земли, сделал вокруг земной оси одним оборотом меньше, чем успела за то же время сделать Земля; он видел восход Солнца одним разом меньше, и в его счете дней одного не хватает. Потому он убежден, что воскресенье будет только завтра, хотя оно наступило уже сегодня. Вот и получилось на одной неделе три воскресенья: вчера, сегодня и завтра…

– Это возможно только в фантастическом рассказе, – ответил гостье моряк. – У Жюля Верна, в романе «Вокруг света в 80 дней», герой тоже сбился со счета дней и не подозревал, что приехал на целые сутки раньше. Впрочем, в старину подобные ошибки были возможны. Со спутниками Магеллана произошел именно такой случай: объехав вокруг света, они привезли с собой в Португалию четверг вместо пятницы. Но в наши дни ничего подобного не может случиться.

– Почему же? – раздались голоса.

– Вам это станет ясно, если вы ответите сначала на вопрос: где начинается понедельник?

И в самом деле, читатель, где на земном шаре начинаются дни недели? Где раньше всего происходит смена одного дня другим?

74. Наперегонки с Землей

Может ли человек состязаться с земным шаром в его суточном движении вокруг оси? Может ли человек «перегнать Землю» [3] если не пешком, то, например, на быстро мчащемся автомобиле?

Заодно ответьте и на такие вопросы. Может ли человек, находясь на Земле, увидеть Солнце восходящим с запада? И прав ли был Кольцов, когда восклицал:

Но, увы, не взойдет
Солнце с запада!

75. Закат солнца

Посмотрите на изображенный здесь закат Солнца (рис. 75) и скажите: правильно ли он нарисован?

Рис. 75. Закат Солнца: все ли правильно на рисунке? В этом рисунке есть одна несообразность, которую вам и нужно обнаружить.

76. Турецкий флаг

Вам, конечно, знаком турецкий флаг. На нем изображен серп молодого месяца, а между рогами лунного серпа – звезда.

Рис. 76. Турецкий флаг.

Замечаете ли вы, что в изображении турецкого флага есть явная несообразность? В чем она состоит?

77. Задача-шутка

Где за Земле легче всего живется?

Эта задача похожа на загадку или на задачу-шутку типа: «Почему птица летает?» (По чему? – По воздуху). Но наш вопрос не совсем такого рода. Если хорошенько подумать, то на него можно дать разумный, вполне обоснованный ответ. Какой?

78. Закат Луны

Вы видите на рис. 77 тропический ландшафт со странным изображением лунного серпа у горизонта. Правильно ли нарисована эта картинка? Нет ли здесь какой-нибудь несообразности?

Рис. 77. Закат Луны: все ли правильно на рисунке?

79. Броненосец

Броненосец водоизмещением в 20 000 тонн… Но вы, быть может, не знаете, что такое «водоизмещение» и что такое «тонна»? Водоизмещением называют вес той воды, которую судно вытесняет, когда плавает. А так как плавающее тело, по закону Архимеда, вытесняет ровно столько воды, сколько оно весит, то «водоизмещение» прямо указывает вес самого судна. А что такое «тонна»? Мера веса в 1000 килограммов. Когда вы читаете, что судно имеет «водоизмещение в 20 000 тонн», это значит, что оно само (как и вода, вытесняемая им при плавании) весит 20 000 тонн.

Итак, броненосец водоизмещением в 20 000 тонн, стоявший раньше в Архангельске, прибыл в экваториальные воды. Известно, что с приближением к экватору все тела становятся легче; разница в весе на широте Архангельска и на экваторе равна 1/250 т. е. гиря в 1 кг из Архангельска, перенесенная на экватор, будет весить на 4 г меньше. Можете ли вы сказать, сколько тонн воды будет вытеснять наш броненосец в экваториальных водах?

80. Пароход и пловец на Луне

На Луне все вещи весят в 6 раз меньше, чем на Земле, так как Луна в 6 раз слабее притягивает к себе тела, чем наш земной шар. Килограмм, перенесенный на Луну, весил бы там всего 160 г.

Вообразите, что на Луне существует озеро с пресной водой. На озеро спущен пароход, который в земных пресноводных озерах имеет осадку 3 м. Как глубоко будет сидеть наш пароход в воде лунного озера?

Заодно решите еще и такую задачу: где не умеющий плавать человек может утонуть скорее – в земном озере или в нашем воображаемом лунном?

Решения задач 71-80

71. Место на Земле, откуда во все стороны горизонта простирается юг – это… Северный полюс! И действительно: ведь Северный полюс есть самая северная точка земного шара, и, следовательно, все точки в его окрестности лежат южнее. Когда отважный полярный путешественник Пири в 1912 году водружал в этом пункте английский флаг, их со всех сторон окружал юг: «везде и всюду нескончаемый юг».

72. Не 6 часов, а гораздо меньше, и вот почему. Между Нью-Йорком и Сан-Франциско разница во времени 31/4 часа. Когда нью-йоркские банки открываются, т. е. в 10 часов утра, тогда в Сан-Франциско еще спят: там без четверти 7 часов утра. И только в четверть второго конторский служащий Нью-Йорка может позвать к телефону своего товарища из Сан-Франциско, где сейчас только открылись двери контор. В 4 часа нью-йоркские служащие уже покидают конторы, и жители Сан-Франциско не могут вызвать их по телефону, хотя в этом городе всего только без четверти час. Таким образом, деловые учреждения этих двух городов могут разговаривать между собой в дневное время по 23/4 часа, хотя открыты в течение 6 часов. А если бы существовал телефон между Ленинградом и Петропавловском, то им почти совсем невозможно было бы пользоваться! Между этими городами разница во времени 10 часов, так что, когда ленинградцы бодрствуют, петропавловцы спят, и наоборот. Приходилось бы вставать по ночам, чтобы разговаривать по этому междугородному телефону.

73. В Москве пробило двенадцать – только что наступил понедельник; на запад от Москвы всюду простирается еще воскресенье, а на восток – понедельник. Но на шарообразной Земле восток и запад неизбежно должны встретиться; значит, где-то должна быть граница, отделяющая воскресенье от понедельника.

Эта граница существует в самом деле и называется «линией даты»; она проходит через Берингов пролив и тянется по водам Тихого океана в виде изломанной линии, точное направление которой определено международными соглашениями.

На этой воображаемой линии, прорезающей безлюдные пустыни Тихого океана, и совершается впервые на земном шаре смена дней

недели, месяцев, лет. Здесь как бы помещаются входные двери нашего календаря: отсюда приходят на землю воскресенья и понедельники, январи и феврали, здесь же находится колыбель Нового года. Здесь раньше, чем где бы то ни было на земном шаре, наступает каждый новый день недели; родившись, он движется на запад, обегает весь земной шар и снова возвращается к месту своего рождения – на этот раз, чтобы соскользнуть с поверхности нашей планеты и исчезнуть в вечности.

Из стран всего мира наша страна раньше всех принимает на свою территорию каждый новый день: на мысе Дежнева каждое утро «воскресенье», только что родившееся в водах Берингова пролива, вступает в населенный мир, чтобы начать свое шествие через все части света. И здесь же, у восточной оконечности русской Азии, дни умирают, исполнив свою 24-часовую службу.

Некогда Карл V хвастался тем, что в его владениях не заходит Солнце. Мы с большим правом могли бы гордиться тем, что владеем колыбелью нарождающихся дней; в пределах России совершается смена одного дня недели другим на суше.

Итак, вот где происходит смена дней недели. Что же делают мореплаватели, когда пересекают эту «линию даты»? Чтобы не сбиваться в счете дней подобно спутникам Магеллана, моряки *пропускают один день недели* и, если едут с востока на запад; когда же пересекают «линию даты» с запада на восток, то дважды считают *один и тот же день недели* , т. е. после воскресения опять празднуют воскресенье. Вот почему невозможны в действительности истории, рассказанные Эдгаром По в «Трех воскресеньях на одной неделе» и Жюлем Верном в романе «Вокруг света в 80 дней».

74. Перегнать Землю в ее суточном вращении вокруг оси вполне возможно на современном гоночном автомобиле, пробегающем свыше 200 км в час (55 м в секунду), или, еще лучше, на аэроплане, который может лететь со скоростью 300 км в час и более. Конечно, этого нельзя сделать на экваторе, точки которого движутся со скоростью 460 м в секунду. Но это вполне возможно уже на 83° широты и севернее. Здесь автомобилист, мчащийся в своем моторе с востока на запад, будет видеть солнце неподвижно висящим в небе и не приближающимся к закату [4] . Земля, конечно, продолжает вращаться, но автомобилист будет отъезжать на столько же в обратную сторону и, следовательно, по

отношению к Солнцу будет оставаться неподвижным. При еще большей скорости автомобилист мог бы перегнать Землю и увидеть новое чудо: Солнце, восходящее не с востока, а с запада! Земля под колесами автомобиля будет вращаться по-прежнему с запада на восток, но сам автомобиль будет двигаться вокруг земной оси с востока на запад.

75. Несообразность рисунка состоит в том, что лунный серп обращен своей выпуклой стороной не *к Солнцу*, а *от Солнца*. Ведь Луна освещается Солнцем, значит, она никак не может быть обращена к нему своей неосвещенной стороной…

Рис. 78. Звезда не может быть расположена так, как на турецком флаге: Луна не прозрачна.

«Большинство живописцев, – замечает по этому поводу известный французский астроном Фламмарион, – не знают этого, потому что не проходит года, чтобы в Парижском Салоне (зал для выставок) не появлялось большого числа лун в обратном положении».

76. Явная несообразность турецкого флага заключается в том, что звезда на изображении слишком близко придвинута к лунному серпу. В таком положении Луна и звезда на небе быть не могут. Луна не прозрачна, сквозь нее нельзя видеть звезды; значит, никакая звезда не может сиять внутри круга Луны. На рис. 78 показано, как должны быть расположены лунный серп и звезда, чтобы картина соответствовала действительности. Надо отодвинуть звезду от наружного края серпа

больше, чем на целый поперечник Луны. А между тем на турецком флаге звезда сияет как раз между рогами месяца!

77. Из всех мест земного шара легче всего живется, конечно, на экваторе – по той простой причине, что там все предметы становятся легче.

Паровоз, весящий в Москве 60 тонн, становится по прибытии в Архангельск на 60 кг тяжелее, а в Одессе – на столько же легче.

Кто же похищает у паровоза эти 60 кг? Главным образом – «центробежная сила»; она уменьшает вес всякого тела близ экватора на 1/250 долю по сравнению с его весом у полюсов. А так как земной шар у экватора немного вздут, т. е. поверхность Земли находится там дальше от центра планеты, чем не полюсе, то это еще немного уменьшает вес предметов. В общей сложности, потеря веса на экваторе достигает 1/250 от веса того же тела на полюсе.

На этом основании какой-то затейник объявил однажды, что знает способ вполне законно и честно обвешивать покупателей. Секрет состоит в том, чтобы покупать товары в экваториальных странах, а продавать их поближе к полюсам. Килограмм, будучи перенесен с экватора на полюс, прибавит в весе на целых 5 г – если только пользоваться для взвешивания не весами с коромыслом, а пружинными (и притом непременно своего «южного» изготовления). Иначе, конечно, никакой выгоды не получится: на весах с гирями товар станет тяжелее, но настолько же тяжелее сделаются и гири.

Едва ли можно разбогатеть на такой торговле, но по существу шутник прав, так как тяжесть действительно увеличивается с удалением от экватора, где «всего легче живется на свете».

78. Как ни странно, но лунный серп изображен на рисунке совершенно верно. Это *тропический* ландшафт, а под тропиками положение лунного серпа отличается от положения его в наших широтах. У нас молодой месяц обращен горбушкой вправо, а серп убывающей Луны – влево. В тропических же странах лунный серп висит на небе *горизонтально.*

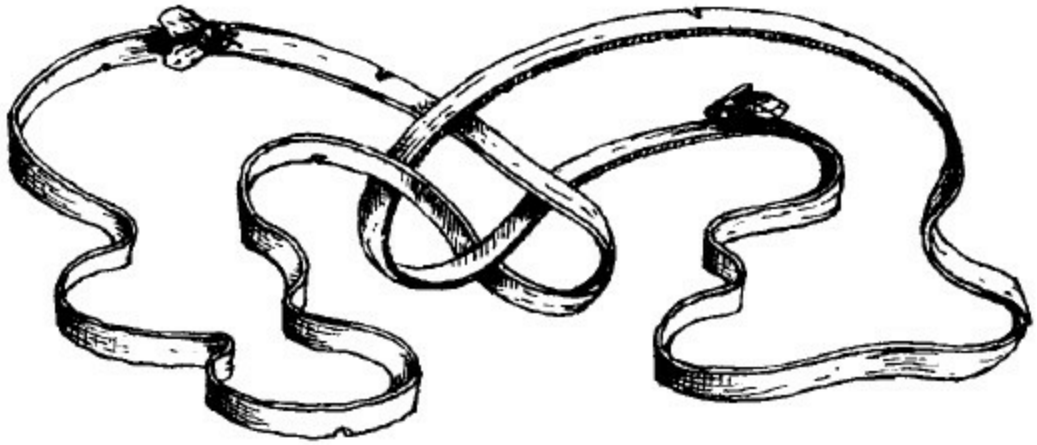
Происходит это вот почему. В наших странах Солнце и Луна (и вообще все светила) при своем суточном движении по небу идут по наклонным кругам; поэтому вечером Солнце, освещающее Луну, находится под горизонтом в *косом направлении* : оно освещает Луну справа или слева, серп обращен влево или вправо. Для наблюдателя на

экваторе же все светила движутся по вертикальным дугам; Солнце, освещающее Луну, расположено над горизонтом не справа или слева от нее, а *под нею.* Луна освещается снизу, и поэтому лунный серп имеет там форму гондолы, как изображено на нашем рисунке.
Кто живет на юге – в Крыму, на Кавказе, в Туркестане, – тот замечал, вероятно, что серп там нередко имеет на небе положение, сходное с изображенным на рисунке. Чем ближе к тропикам, тем более отвесно движутся светила по небу.

79. Перейдя из Белого моря в экваториальные воды, броненосец сделается на 1/250 легче. Но ровно на столько же делается легче и вода: она тоже весит близ экватора на 1/250 меньше, чем в Белом море. Значит, водоизмещение броненосца в течение всего времени плавания останется одним и тем же: 20 000 тонн.

80. Пароход сделался бы на Луне в 6 раз легче – но это вовсе не значит, что он будет гораздо мельче сидеть в лунном озере. Ведь и вода должна была бы на Луне весить в 6 раз меньше, чем на Земле. Плавающее тело вытесняет столько воды, сколько оно весит (закон Архимеда); следовательно, ничто не должно измениться в степени погружения парохода – он будет иметь осадку, равную тем же трем метрам. Точно так же ничто не изменится и для пловца: его вес уменьшится во столько же раз, во сколько раз уменьшится вес вытесняемой им воды. А значит, плавучесть человека будет в лунном озере та же, что и в земном. Утонуть и там и здесь одинаково легко.

Фокусы и игры



81. Отгадчик

Мальчик с завязанными глазами безошибочно угадывает, в какой руке у вас гривенник. Делает он это так:

– Возьмите, – говорит он, – в одну руку гривенник, а в другую монету в 3 копейки. Когда это сделано, он продолжает:

– Удвойте мысленно то, что у вас в правой руке, и утройте то, что в левой.

Вы исполняете его просьбу; тогда он просит вас сложить оба числа и спрашивает, получилось четное или же нечетное число.

– Четное, – отвечаете вы, например.

– Гривенник в левой руке, – тотчас же объявляет он, и всегда указывает безошибочно.

82. Арифметический фокус

Хозяин просит одного из своих гостей написать на листке бумаги любое число из трех цифр.

– Но не показывайте мне, а прямо передайте листок своему соседу. Вы же, – обращается хозяин к этому соседу, – припишите к числу справа опять то же число. У вас получится длинное число из 6 цифр. Сделали? Передайте листок дальше.

– Что мне делать с этим шестизначным числом? – спрашивает гость, получивший записку.

– Разделите его на 13.

– А если не разделится?

– Разделится.

– Но ведь вы даже не знаете, какое у меня число! – возражает гость. – На 13 делится без остатка не всякое число.

– А это разделится, увидите.

Гость недоверчиво приступает к делению – действительно, число разделилось на 13 без остатка.

– Не говорите мне, сколько получилось, а передайте листок дальше, своему соседу, – говорит хозяин. – Вас я попрошу полученное число разделить на 11.

– А что делать с остатком?

– Остатка не будет, – заявляет хозяин. И в самом деле, остатка не получается.

– То число, которое у вас получилось от деления, передайте дальше и попросите соседа разделить его на 7, – продолжает распоряжаться хозяин.

– Неужели опять разделится без остатка? – недоумевает сосед.

– Именно так, – отвечает хозяин. – Разделили? Будьте добры теперь написать результат на отдельной бумажке и передайте эту бумажку мне.

Затем, не заглядывая в бумажку, хозяин передает ее тому гостю, который задумал число.

– Вот число, которое вы написали. Правильно?

– Верно! – изумляется гость. – Но откуда же вы знаете? Ведь вы не видели ни моего числа, ни того, которое получилось?

И в самом деле, откуда он мог знать?

83. Карточный фокус

Трудно самому угадать задуманную карту и еще труднее, казалось бы, заставить другого угадывать. Но существует способ превратить любого человека в безошибочного отгадчика задуманной вами карты.

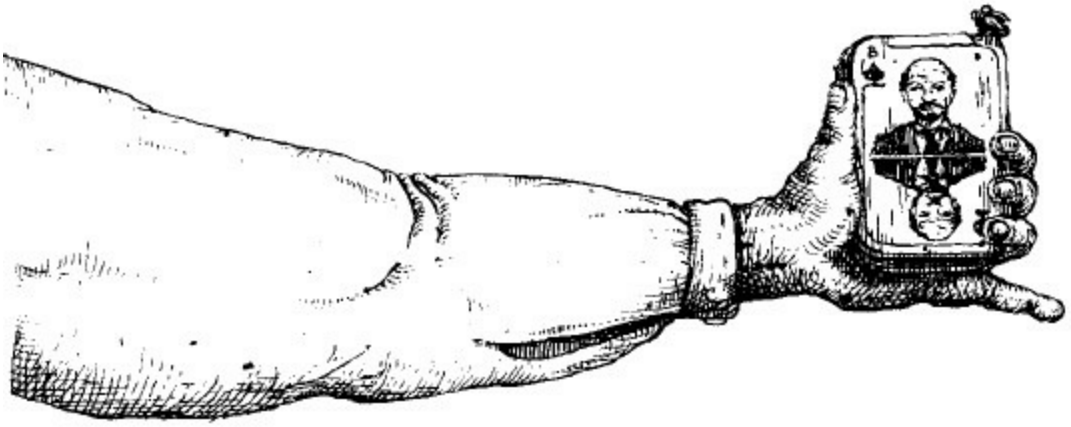


Рис. 79. Отгадывание задуманной карты «по заказу».

Из колоды игральных карт вы берете одну карту – допустим, валет пик, – кладете на стол, никому не показывая, и уверяете собеседника, что он может отгадать эту карту.

Он, конечно, заявляет, что не обладает подобным даром, но вы настаиваете на своем. Между вами и им происходит такой разговор (напоминаю, что карта, лежащая на столе, – валет пик). Вы начинаете:

– Есть четыре масти. Назовите из них две, какие угодно.

– Бубны и пики, – отвечает собеседник наобум.

– Из этих двух укажите одну.

– Пусть бубны, – с улыбкой продолжает отгадчик.

– Значит, остаются только пики. Далее – в колоде имеются туз, король, дама, валет, десятка и девятка. Выберите из этих шести карт три.

– Король, дама и девятка, – опять наобум отвечает собеседник.

– Остаются, следовательно, туз, валет и десятка. Выберите из них две карты.

– Туз и валет.

– А теперь укажите из них одну.

– Ну, туз.

– Остается, значит, только валет. Вот он!

И вы торжествующе переворачиваете карту: масть и название угаданы!

Ваш собеседник в недоумении: каким образом он все же сумел угадать карту…

В чем секрет?

84. Что получится?

Вырежьте из газеты ленту 5 см шириной и в 80– 100 см длиной. Концы этой ленты склейте в кольцо, но не просто, а предварительно закрутив *ленту по длине два раза.*

Вот как надо это сделать. На рис. 80 углы ленты обозначены цифрами; переверните один конец ленты так, чтобы сначала 3-й угол оказался не вверху, против 1-го угла, а внизу, против 2-го угла, и затем заверните тот же конец в ту же сторону еще раз, чтобы 3-й угол снова оказался вверху против 1-го угла. В результате лента окажется дважды закрученной по длине. Теперь склейте концы ленты (рис. 81), и у вас все готово для фокуса.

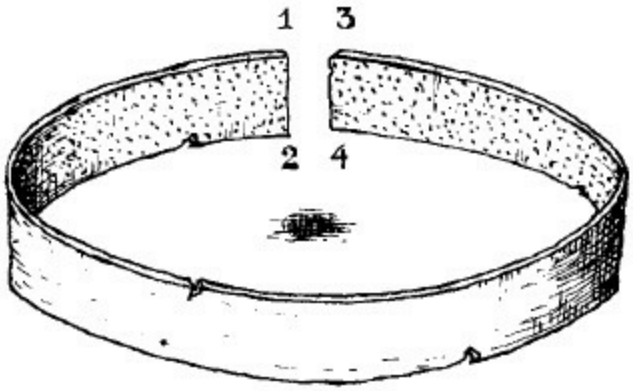


Рис. 80. Как приготовить бумажную ленту к склеиванию.

Рис. 81. Как склеить бумажную ленту в кольцо.

Вы показываете эту заранее приготовленную ленту своим гостям и спрашиваете их:

– Что получится, если ленту разрезать вдоль посередине? Всякий ответит вам, что, очевидно, из одного кольца получатся два – ничего

другого и ожидать нельзя.
Но результат оказывается неожиданным. Как вы думаете, что получится?

85. Еще неожиданнее

Еще неожиданнее будет результат при разрезании другого бумажного кольца, склеенного несколько иным образом. А именно, конец закручивают, как и раньше, но *не два раза, а один раз* (3-й угол при склеивании придется против 2-го угла).

Что получится, если разрезать такую ленту вдоль посередине (рис. 82)?

Результат поразит вас!

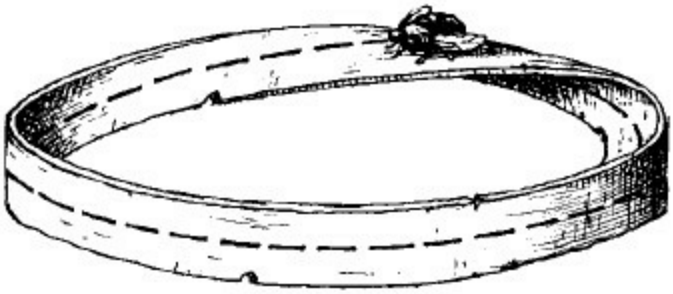


Рис. 82. Кольцо, склеенное из бумажной ленты по-другому.

86. Игра в «32»

В эту игру играют вдвоем. Положите на стол 32 спички. Тот, кто начинает играть, берет себе одну, две, три или четыре спички. Затем и другой берет себе сколько хочет спичек, но тоже не более четырех. Потом опять первый берет не свыше четырех спичек. И так далее. Кто возьмет последнюю спичку, тот и выиграет.

Игра очень простая, как видите. Но она любопытна тем, что тот, кто начинает игру, всегда может выиграть, если только правильно рассчитает, сколько ему нужно брать.

Можете ли вы указать, как он должен играть, чтобы выиграть?

87. То же, но наоборот

Игру в «32» можно видоизменить: тот, кто берет последнюю спичку, не выигрывает, а, наоборот, проигрывает.

Как следует здесь и ать, чтобы наверняка выиграть?

88. Игра в «27»

Эта игра похожа на предыдущие. Она также ведется между двумя игроками и тоже состоит в том, что играющие поочередно берут не более 4 спичек. Но конец игры иной: выигравшим считается тот, у кого по окончании игры окажется *четное число спичек.* В этой игре начинающий ее имеет преимущество. Он может так рассчитать свои ходы, что наверняка выиграет.

В чем состоит секрет беспроигрышной игры?

89. На иной лад

При игре в «27» можно поставить и обратное условие: считается выигравшим тот, у кого после игры окажется нечетное число спичек.

Каков здесь способ беспроигрышной игры?

90. Из шести спичек

Можете ли вы из шести спичек составить четыре равносторонних треугольника, притом так, чтобы ни одна сторона ни одного треугольника не была короче спички?

Попытайтесь. И не отчаивайтесь в успехе, если вам сразу не удастся решить задачу, она все-таки разрешима и даже без особых хитростей.

Не бойтесь также и подвоха в условии задачи; ее надо понимать именно так, как сказано: составить из 6 спичек 4 равносторонних треугольника.

Решения задач 81-90

81. Удваивая или утраивая четное число, вы всегда получаете в результате четное число. Другое дело с числом нечетным: при удвоении оно становится четным, но при утроении остается нечетным. Гривенник, следовательно, дает четное число и при удвоении, и при утроении; напротив, 3 копейки дают четное только при удвоении; утроенные они дают число нечетное. Мы знаем также, что, складывая четное число с четным, получим *четное* , а складывая четное и нечетное, получим *нечетное число.*

Отсюда прямо вытекает, что если в нашем фокусе сумма оказалась четной, значит, три копейки были удвоены, а не утроены, т. е. находились в *правой руке.*

Если бы сумма была нечетной, это означало бы, что три копейки подверглись утроению и, следовательно, находились в *Аевой руке*.

82. Секрет фокуса кроется в том, что второй гость, приписывая к задуманному трехзначному числу то же число, умножил его, сам того не подозревая, на 1001. Действительно, если, например, первый гость задумал число

873,

то у второго гостя получилось число

873873.

Но ведь это не что иное, как

873000 + 873, т. е. 873 × 1001.

А число 1001 – замечательное число: оно получается от умножения 7,11 и 13. Не удивительно поэтому, что хозяин уверенно предлагал делить такое шестизначное число сначала на 13, потом на 11 и на 7. Делить же последовательно на 13,11 и на 7 все равно, что делить на 13 × 11 × 7, т. е. на 1001. Итак, второй гость умножил задуманное число на 1001, а три следующих гостя совместно разделили полученное им число на 1001. Вот почему в результате снова получилось задуманное число.

83. Этот курьезный фокус, в сущности, прост до смешного. Его разгадка ясна, например, уже из того, что если на последний вопрос вам ответит не туз, а валет, успех отгадывания будет не менее блестящим.

Вообще, весь секрет фокуса вот в чем: сообразно с тем, что вам нужно, *вы сосредоточиваете внимание собеседника либо на тех картах, которые им названы, либо же на тех, которые не названы.* А так как задуманная карта непременно должна оказаться либо среди названных, либо среди не названных, то нисколько не удивительно, что собеседник ваш всегда «отгадывает» безошибочно.

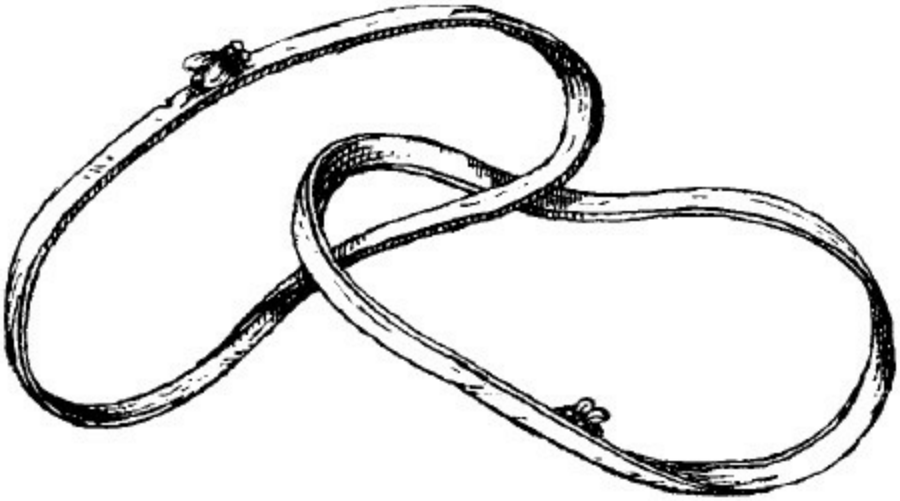


Рис. 83. Кольцо, разрезанное вдоль средней линии.

Разумеется, когда вы проделаете этот фокус несколько раз подряд, уловка будет раскрыта. Но если не злоупотреблять недогадливостью партнера, то можно поставить в тупик самого находчивого человека.

84. Получаются два кольца, но продетые одно в другое, как звенья цепи (рис. 83). Если каждое из этих колец вы снова разрежете вдоль, то опять получите два кольца, продетые одно в другое.

85. При разрезании этого кольца вдоль получится, вопреки всем ожиданиям, не два кольца, а… одно, вдвое большее (рис. 84).

Наша изогнутая лента, обладающая столь удивительным свойством не разъединяться при разрезании, называется в геометрии поверхностью Мебиуса, по имени знаменитого математика прошлого века.

Другая замечательная особенность нашего кольца состоит в том, что у него нет «лицевой стороны» и «изнанки»: «лицо» ленты постепенно переходит в «изнанку», так что невозможно указать, где кончается одна сторона и начинается другая. Если вы пожелали, например, покрасить одну сторону нашей бумажной ленты, скажем, в красный цвет, а другую оставить некрашенной, то не смогли бы выполнить этого: у нашей ленты нет двух сторон, она односторонняя [5]
.

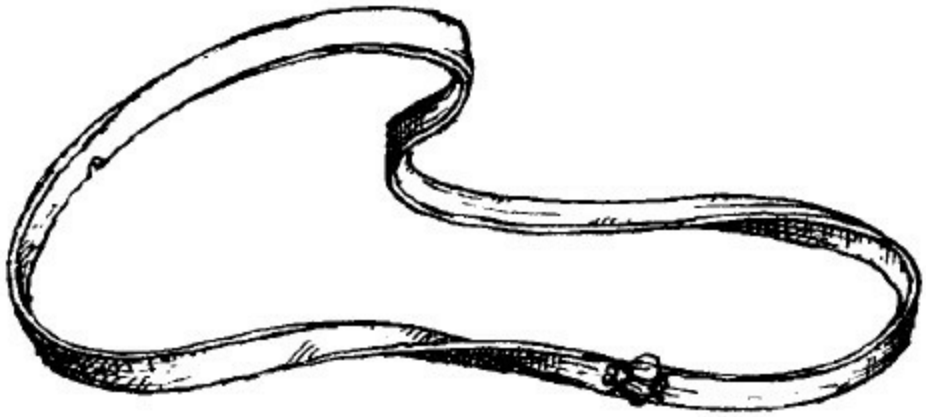


Рис. 84. Другое кольцо, разрезанное вдоль средней линии.

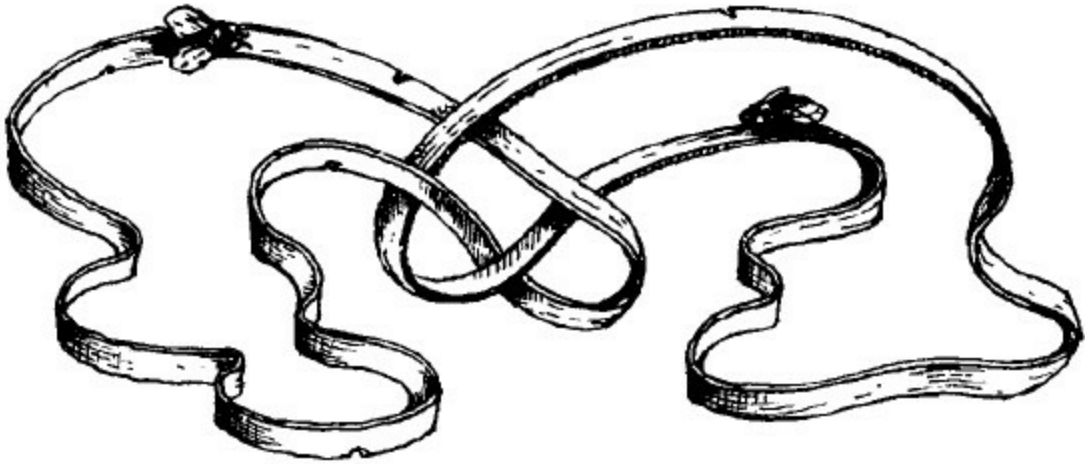


Рис. 85. Кольцо после двукратного разрезания.

Но вернемся к разрезанию нашей ленты. Если, разрезав ее вдоль и получив одно кольцо, вы разрежете новое кольцо, у вас получится на этот раз два кольца (рис. 85). Однако разнять их вы не сможете: они запутаны одно в другом сложным гордиевым узлом, который можно рассечь только ножницами.

86. Нехитрый секрет беспроигрышной игры найти довольно легко, если попробовать сыграть партию с *конца*. Нетрудно видеть, что если предпоследним вашим ходом вы оставите партнеру на столе 5 спичек, то выигрыш обеспечен: партнер не может взять больше 4 спичек, и, следовательно, вы возьмете после него все остальные. Но как устроить, чтобы вы наверняка могли в предыдущий ход оставить на столе 5 спичек? Для этого необходимо, делая этот ход, оставить противнику ровно 10 спичек: тогда, сколько бы он ни взял, он не оставит вам меньше 6 – и вы всегда сможете оставить ему 5. Далее, как сделать так, чтобы партнеру пришлось брать из 10 спичек? Для этого надо в

предыдущий ход оставить на столе 15 спичек.

Так, последовательно вычитая по 5, мы узнаем, что на столе надо оставить 20 спичек, а еще ранее 25 спичек и, наконец, в первый раз 30 спичек, т. е., начиная игру, взять 2 спички.

Итак, вот секрет беспроигрышной игры: сначала берите 2 спички; затем, после того как партнер взял несколько спичек, берите столько, чтобы на столе осталось 25; в следующий раз оставьте на столе 20, потом 15, потом 10 и, наконец, 5. Последняя спичка всегда будет вашей.

87. Если условие игры обратное, т. е. взявший последнюю спичку считается *проигравшим* , то вам надо в предпоследний ваш ход оставить на столе 6 спичек: тогда, сколько бы ни взял ваш партнер, он не оставит вам меньше 2 и больше 5, т. е. вы в любом случае сможете последующим ходом последнюю спичку оставить ему. Но как сделать так, чтобы оставить на столе 6 спичек? Для этого нужно в предыдущий ход оставить на столе 11 спичек, а еще в более ранние ходы 16, 21, 26 и 31 спичку. Итак, вы начинаете с того, что берете всего 1 спичку, а дальнейшими ходами оставляете нашему партнеру 26, 21, 16, 11 и 6 спичек; последняя спичка неизбежно достанется противнику.

88. Здесь разыскать способ беспроигрышной игры несколько труднее, чем при игре в «32». Надо исходить из следующих соображений.

1. Если у вас перед концом партии нечетное число спичек, вы должны оставить противнику 5 спичек, и ваш выигрыш обеспечен. В самом деле: в следующий ход противник оставит вам 4, 3, 2 или 1 спичку. Если он оставит

4 – вы берете три спички и выигрываете, если 3 – берете все три и выигрываете; если 2 – берете одну и также выигрываете.

2. Если же перед концом игры у вас оказывается *четное* число спичек, то вы должны оставить противнику 6 или

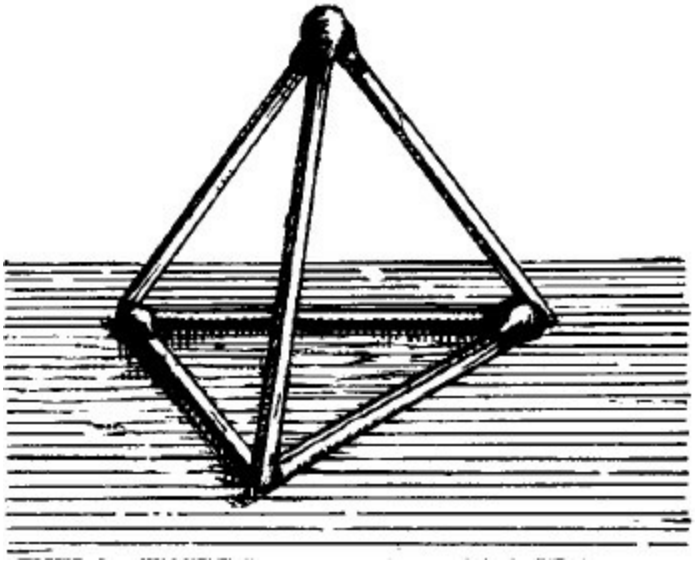
7 спичек. В самом деле, последим, как пойдет дальше игра. Если противник следующим ходом оставляет вам 6 спичек, вы берете одну и, обладая теперь уже нечетным числом спичек, спокойно оставляете противнику

5 спичек, с которыми он должен неизбежно проиграть. Если он оставит вам не 6, а 5 спичек, берете 4 и выигрываете. Если оставит 4 – берете все четыре и выигрываете. Если оставит 3 – берете две и выигрываете. И наконец, если оставит 2 – вы тоже выигрываете.

Меньше двух он оставить не может.

Теперь уже не трудно найти способ беспроигрышной игры. Он состоит в том, чтобы имея *нечетное* число спичек, оставлять противнику на столе такое, которое на 1 меньше кратного 6, т. е. 5, 11, 17, 23; имея же *четное* число спичек, оставлять противнику на столе число спичек, кратное 6, или на 1 больше, т. е. 6 или 7, 12 или 13, 18 или 19, 24 или 25. Нуль можно считать четным числом; поэтому, начиная игру, вы должны взять из 27 спичек 2 или 3, а в дальнейшем следовать описанной схеме. Ведя так игру, вы неизбежно выиграете. Не давайте только противнику перехватить у вас инициативу.

89. Если условие игры обратное и выигравшим считается обладатель нечетного числа, вы должны поступать при игре следующим образом: имея четное число спичек, оставляйте противнику на 1 меньше, чем кратное 6, имея же *нечетное* число, оставляйте ему кратное 6 или на 1 больше. Такая тактика обязательно приведет вас к выигрышу. Начиная игру, вы имеете 0 спичек (т. е. как бы четное число), поэтому первым ходом берете 4 спички, оставляя противнику



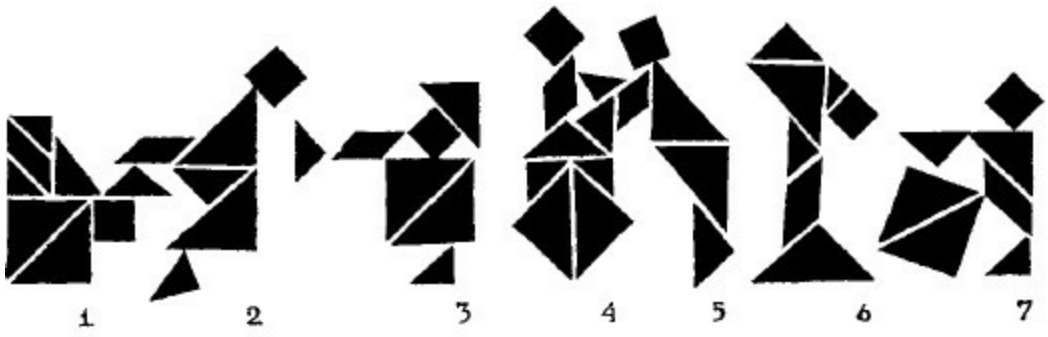
23.

Рис. 86. Четыре равносторонних треугольника из шести спичек (треугольники – грани пирамиды).

90. Вы, вероятно, пытались составить шесть треугольников,

располагая спички в одной плоскости. И, конечно, безуспешно, потому что так задачу решить невозможно. Но ведь такого ограничения в задаче нет: вы можете располагать треугольники и не в одной плоскости, т. е. размещать их в пространстве. И тогда она решается очень просто – нужно лишь построить из 6 спичек пирамиду с треугольным основанием и треугольными боками (рис. 86). У вас получится 4 равносторонних треугольника из 6 спичек.

Геометрические силуэты



Занимательная игра, о которой мы сейчас будем говорить, имеет очень древнее происхождение. Она еще древнее, чем шахматы, хотя гораздо менее известна. Эта игра возникла четыре тысячи лет тому назад в Китае, где первоначально использовалась не для игры, а скорее для обучения. В несколько измененном виде она может служить занимательным развлечением.

Игра заключается в том, что складывают из определенных геометрических фигур, «танграмов», бесчисленное множество всевозможных силуэтов. «Танграмы» названы так оттого, что их придумал, по преданию, некий китаец Тан. Они вырезаются из черного картона или выпиливаются из дерева и представляют собой части квадрата, разделенного известным образом.

Вот как надо разрезать квадрат (рис. 87). Сначала соедините углы B и D, т. е. проведите диагональ BD. Затем соедините середины сторон BC и DC, т. е. проведите линию KL. Точку A соедините с серединою KL, т. е. с точкой M, а точку M соедините с G, т. е. с серединой EB. Затем K соедините с J (т. е. с серединой DE).

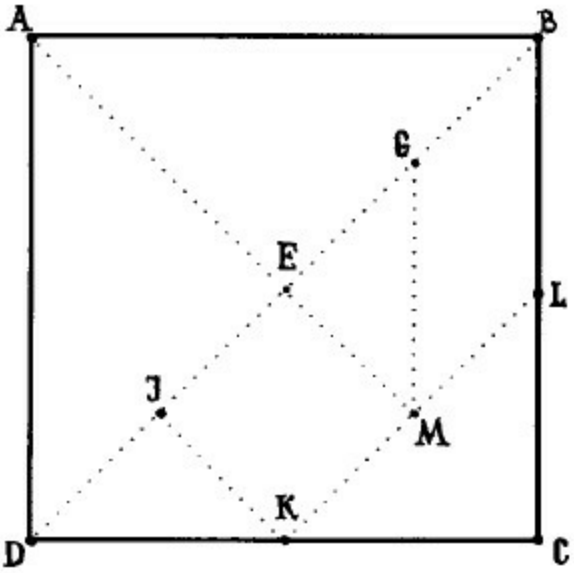


Рис. 87. Как разрезать квадрат на танграмы.

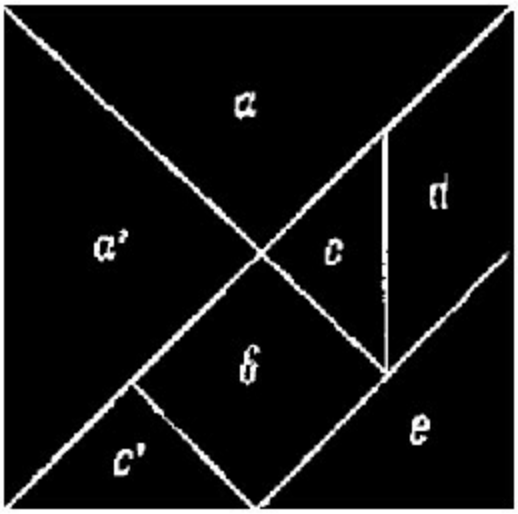


Рис. 88. Семь танграмов.

Теперь на квадрате есть все нужные линии, и вы можете вырезать по ним танграмы. У вас получаются следующие геометрические фигуры:

5 треугольников (2 больших, 1 средней величины и 2 маленьких); 1 квадрат и 1 параллелограмм (рис. 88). Чтобы привыкнуть к обращению с танграмами, перемешайте все семь танграмов и попытайтесь сложить из них тот квадрат, из которого они получились. Едва ли это удастся вам сразу. Но все же не сдавайтесь, а терпеливо ищите решение. Сложив квадрат, переходите к решению следующих «танграмных» задач.

Задачи эти заключаются в том, что из 7 упомянутых фигур необходимо составить определенный силуэт, причем: 1) нельзя накладывать один танграм на другой, хотя бы кончиком, 2) для каждого силуэта должны быть использованы все 7 танграмов. Вы найдете среди прилагаемых силуэтов довольно характерные и удачные изображения, несмотря на их простоту и угловатость контура. Недаром танграмными изображениями увлекались художники (Гюстав Доре), а Наполеон в своем невольном уединении на острове Святой Елены целые часы, говорят, проводил за этой «китайской головоломкой».

91. Игра на бильярде

Вы видите здесь геометрические силуэты двух игроков, склонившихся над бильярдным столом. Силуэты игроков и бильярдного стола сложены исключительно из танграмов; в состав каждого из этих трех силуэтов вошли все 7 танграмных фигур.

Можете ли вы указать, как эти фигуры сложены?

Рис. 89.

92. оркестр

В нашем оркестре из 7 танграмов сложены рояль (1) и пианист, сидящий за роялем (2), и толстый трубач (3), и контрабас (4), и контрабасист (5), и пюпитр возле него (6), и барабанщик (7).

Как же составлены эти силуэты?

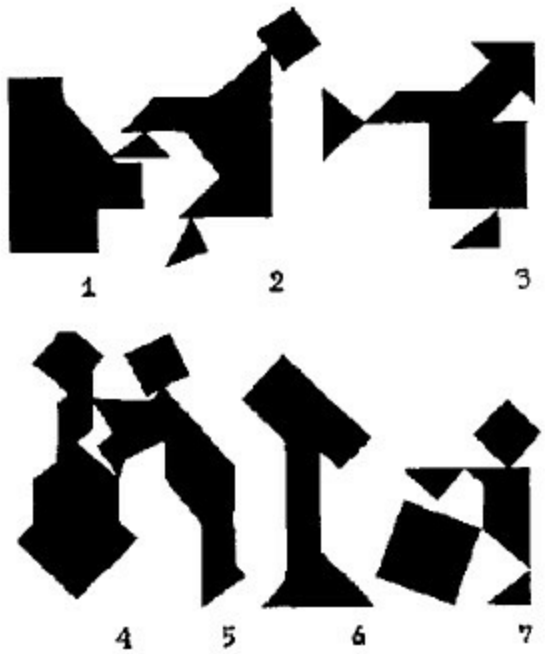


Рис. 90.

93. Восемь силуэтов

Сложите ряд танграмных фигур (рис. 91), которые изображают: девушку (1), кошку (2), женщину (3), собаку (4), корову (5), петуха (6), мышь (7), мужчину (8).

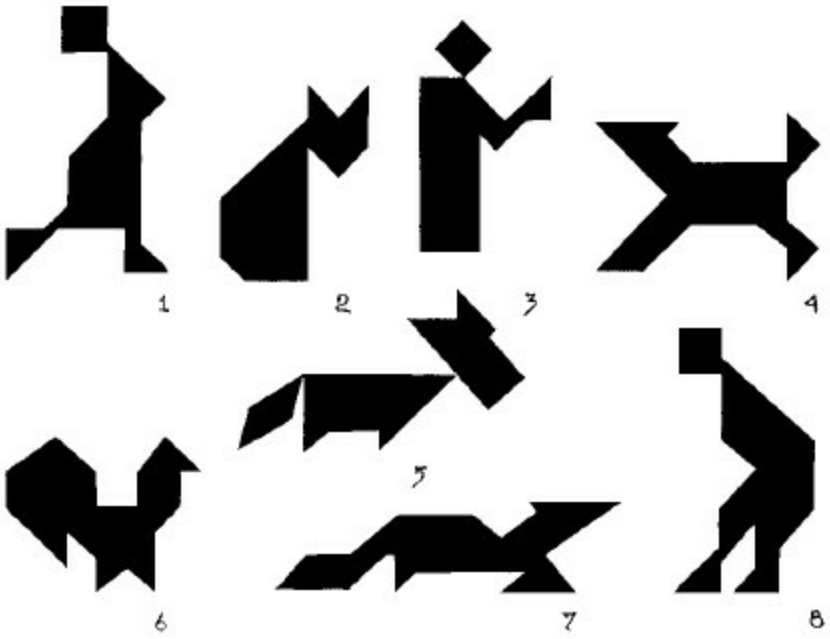


Рис. 91.

94. Еще шесть силуэтов

Попробуйте сложить из танграмов, нарисованных на рис. 92, геометрические силуэты: девушки, сидящей на траве (1), женщины, смотрящей в зеркало (2), головы в шляпе (3), Наполеона (4) и два силуэта краснокожих индейцев (5) и (6).

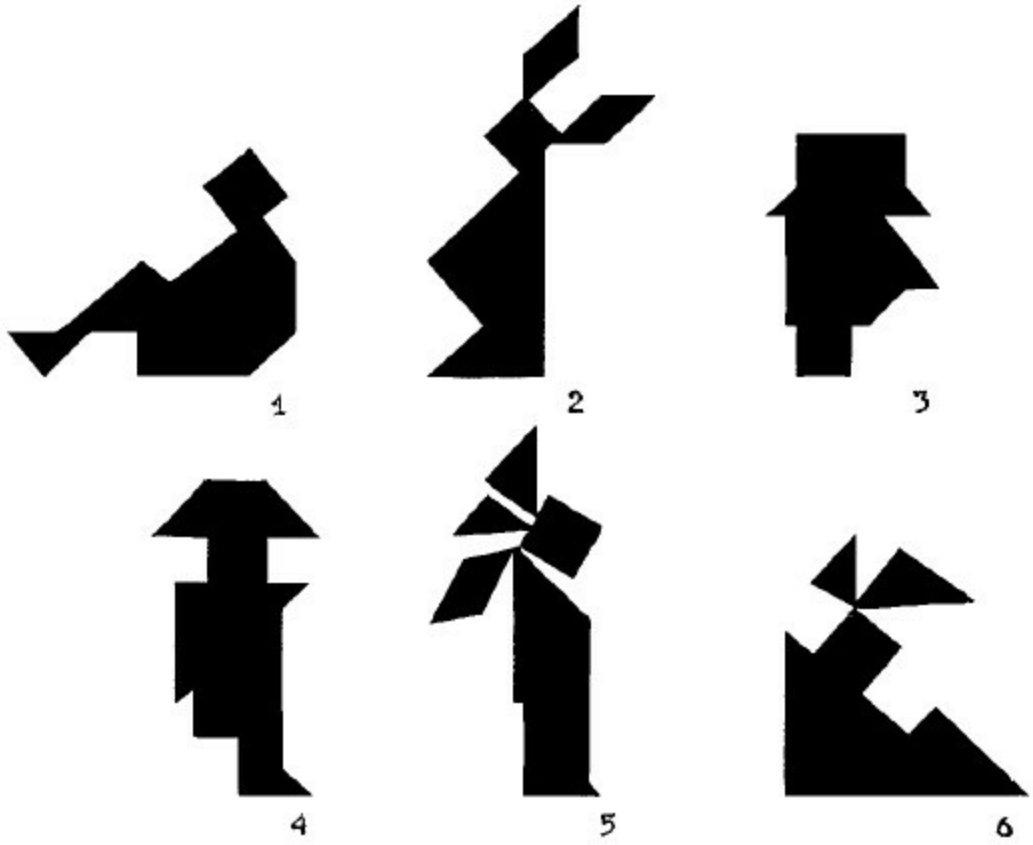


Рис. 92.

95. Где ошибка?

На рис. 93 собраны такие танграмные силуэты: бегущий мужчина (1), человек, заложивший руки за спину (2), бегущая женщина (3), человек с чашей (4), лошадь (5), лебедь (6), гусь (7), поросенок (8), рыба (9), галстук (10), револьвер (11), курительная трубка (12), кресло (13), курица (14), рубашка (15), могильный памятник (16), кружка (17), шапка (18), мостик (19), молоток (20), наковальня (21).

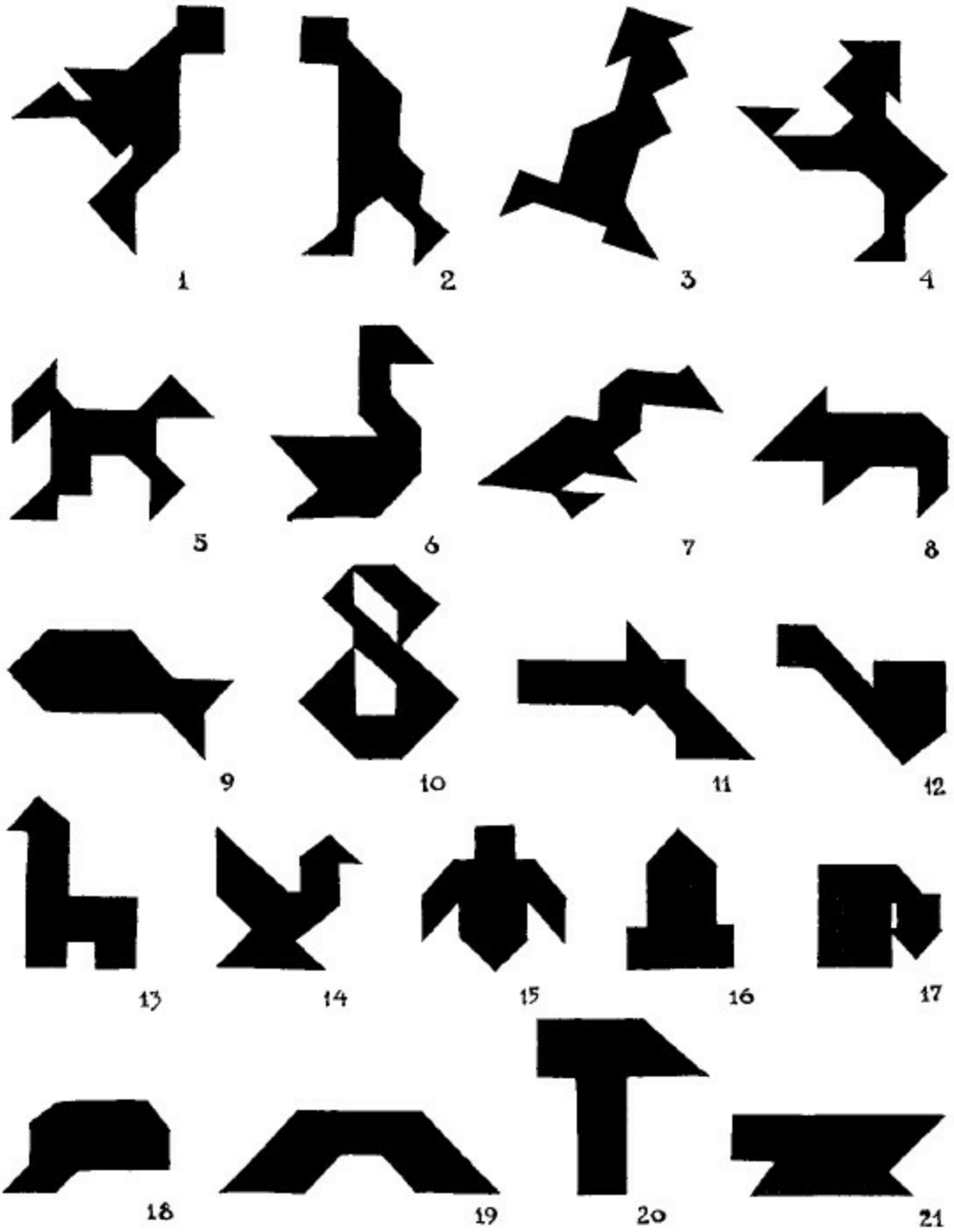


Рис. 93.

Одна из этих фигур изображена здесь неправильно: в таком виде, как она нарисована, ее невозможно сложить из танграмов. Укажите эту единственную фигуру.

96. Самая крупная фигура

Если вам удалось составить все или некоторые изображенные выше силуэты, ответьте на вопросы:

Какая из всех составленных вами фигур имеет самую большую площадь? Какая из них имеет наименьшую площадь?

97. 24 силуэта

Собранные на рис. 94 силуэты изображают: голландскую девушку (1), мужскую фигуру (2), молодую худощавую женщину (3), кланяющегося мужчину (4), горящую свечу (5), зайца (6), журавля (7), кошку (8), кенгуру (9), страуса (10), паровоз с тендером (11), женщину с сумочкой (12), парусную яхту (13), голову американца (14), автомобиль (15), мужчину на коленях (16), всадника на лошади (17), граммофон (18), женщину у зеркала (19), фигуру на коленях (20), сидячую фигуру (21), пожилую женщину (22), дом (23).

Как составлены все эти фигуры?

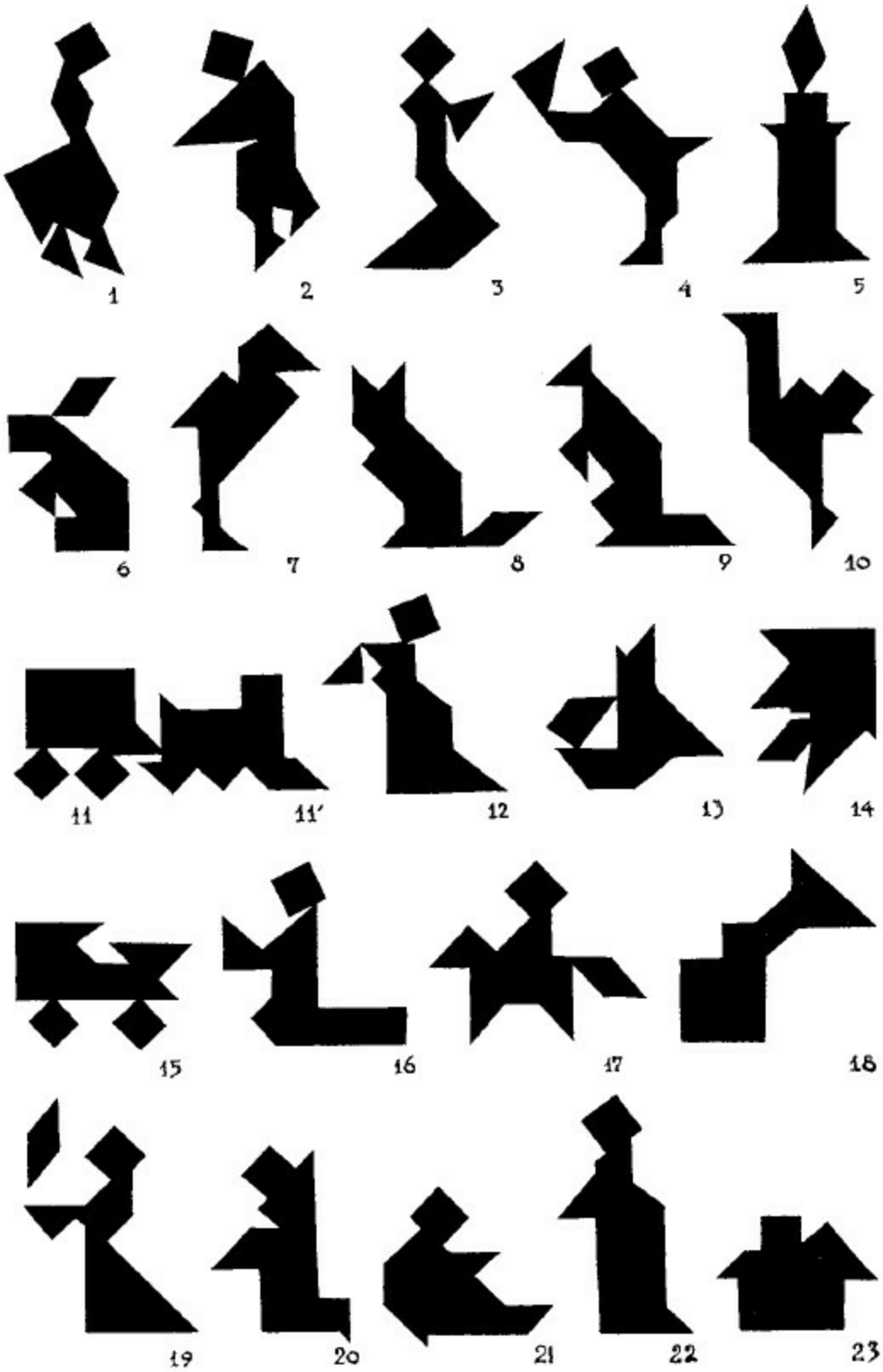


Рис. 94.

98. Размеры танграмов

Всмотритесь внимательно в те 7 танграмных фигур, которые помогли вам составить так много разнообразных силуэтов, и попробуйте ответить на вопрос:

Во сколько раз площадь каждой танграмной фигурки меньше площади того квадрата, из которого они были вырезаны?

99. Откуда взялась нога?

Вот два силуэта, сложенные из танграмов. Вы видите, что у одного силуэта есть нога, у другого нет. Между тем обе фигуры построены из одних и тех же семи танграмов! Откуда взялась нога у правой фигуры?

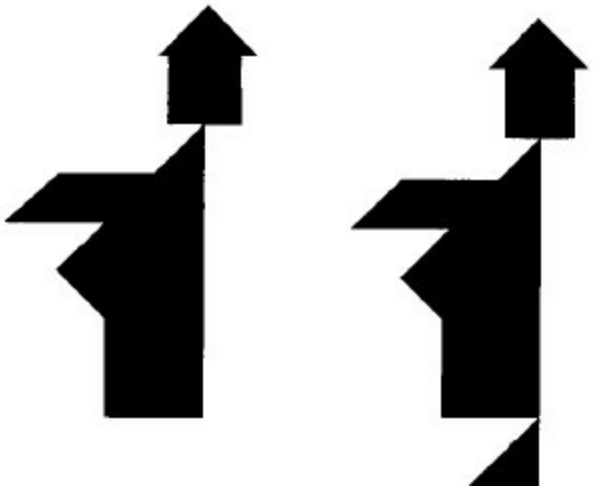


Рис. 95.

100. Два квадрата из одного

Мне привезли из Китая маленькую квадратную коробочку с танграмами, уложенными в ней вплотную двумя слоями; каждый слой представлял собой квадрат. Следовательно, из 7 танграмов можно сложить не только один квадрат, но и два одинаковых.

Как это сделать?

Решения задач 91-100

91. Вот так складывают фигуры из этой задачи.

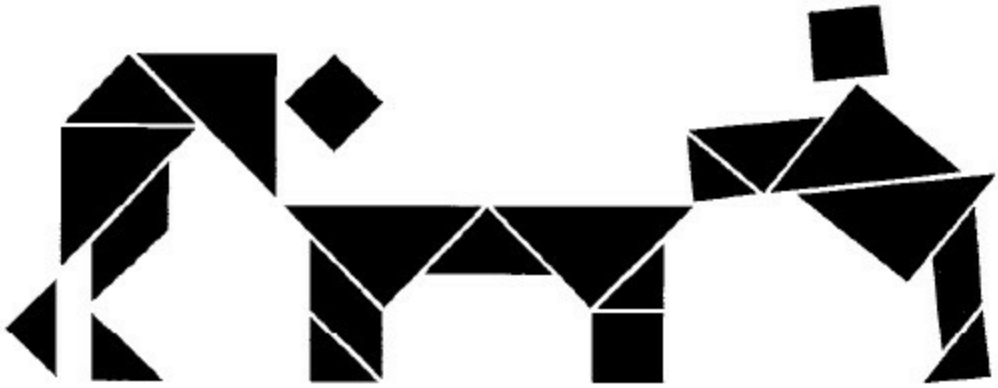


Рис. 96.

92. Решение задачи видно из рис. 97.

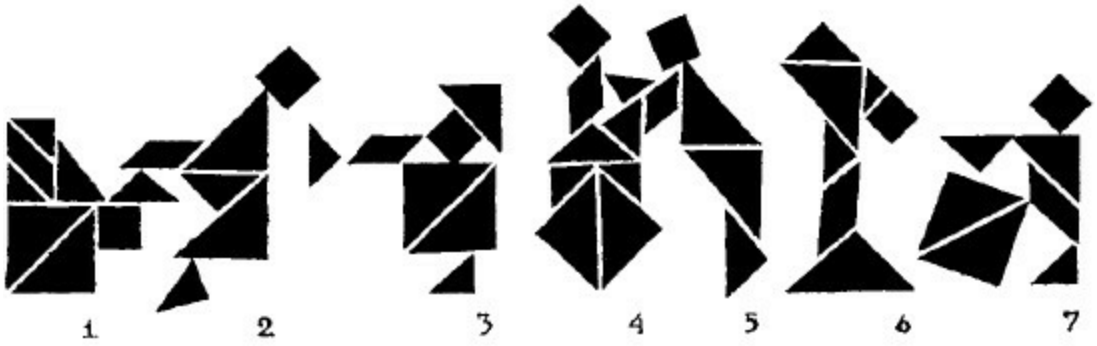


Рис. 97.

93. А решение этой задачи показано на рис. 98.

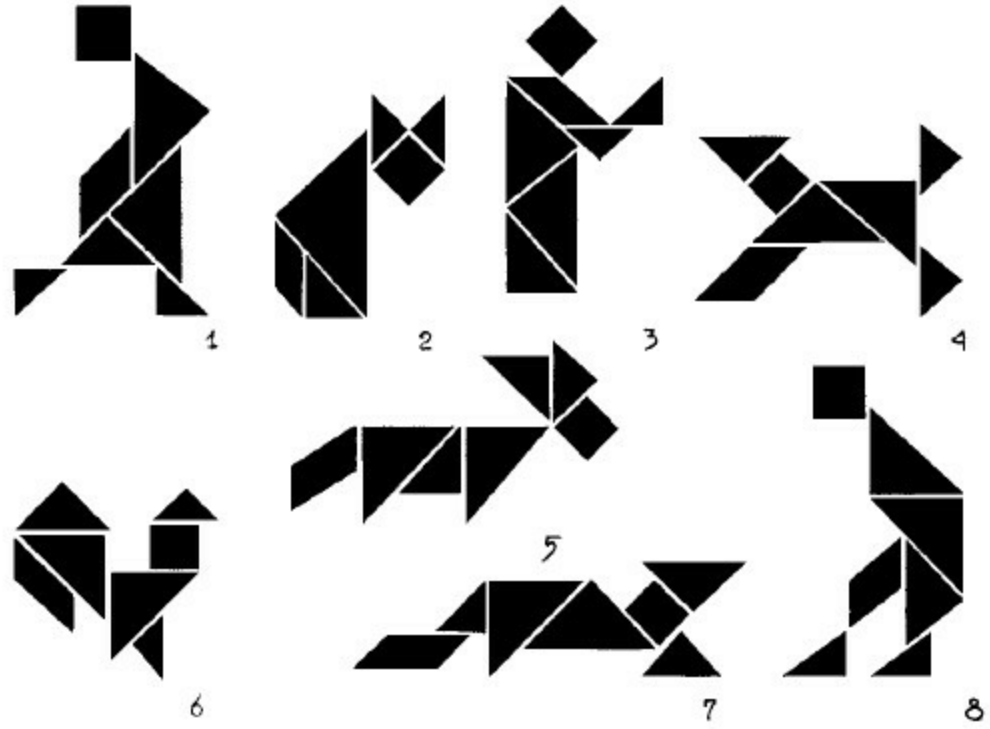


Рис. 98.

94. Способ сложения силуэтов показан на рис. 97.

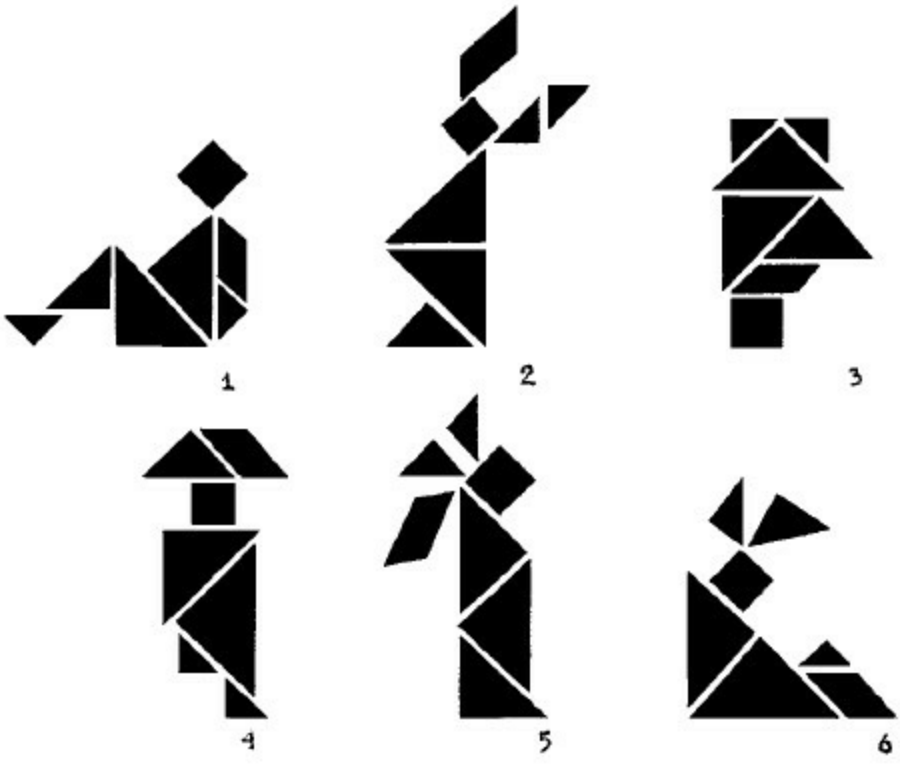


Рис. 99.

95. Все фигуры, изображенные на рис. 99, можно сложить из танграмов (рис. 100), за исключением одной – лебедя. На рис. 101

показано, какие очертания имеет фигура лебедя, если ее правильно составить из танграмов.

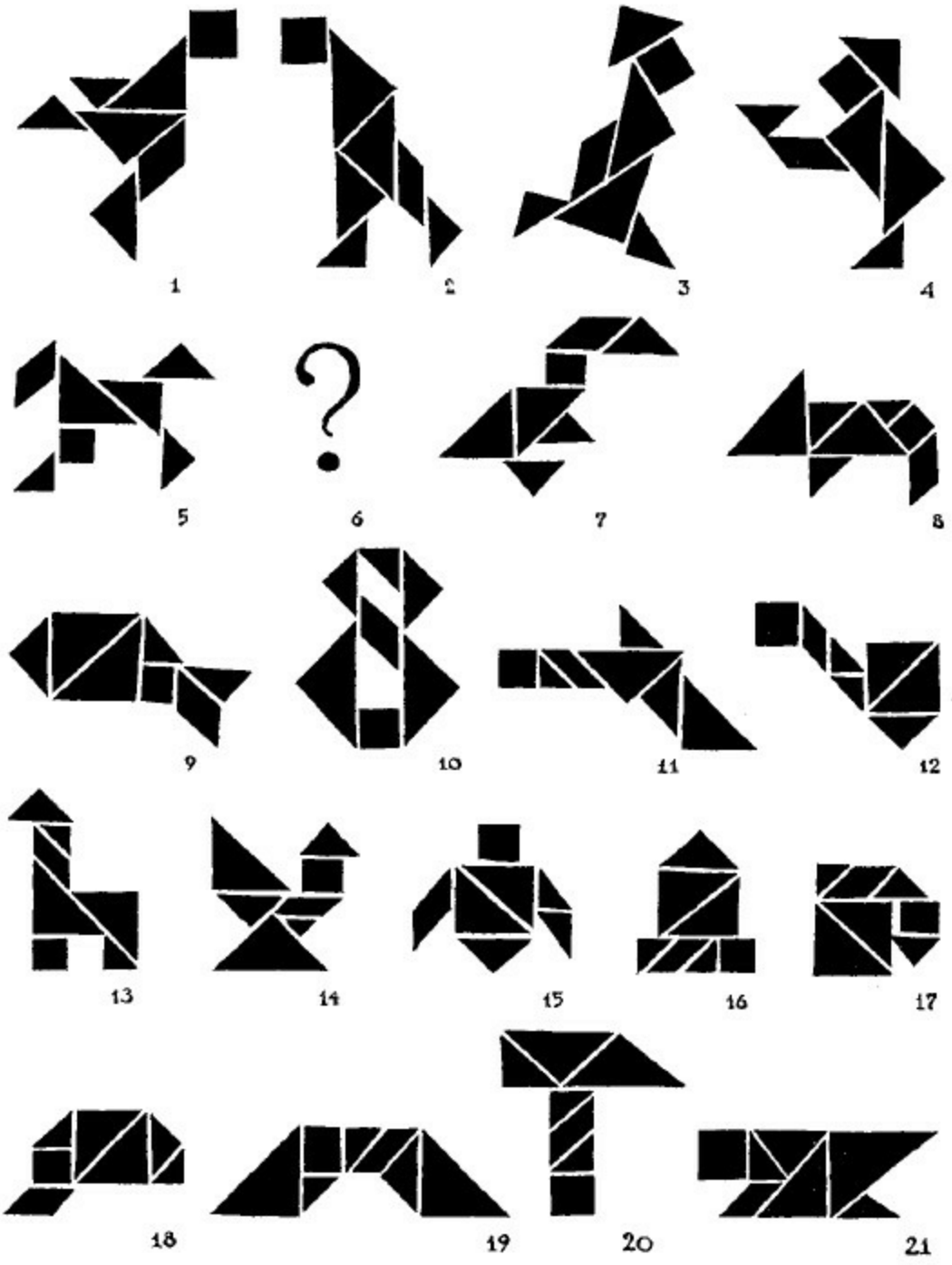


Рис. 100.

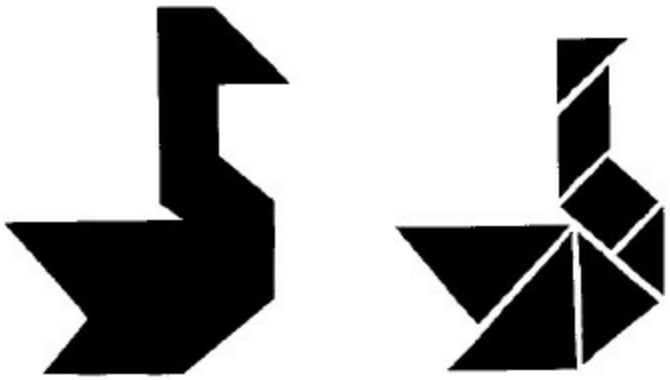


Рис. 101.

96. Все силуэты имеют одинаковую площадь, так как составлены из одних и тех же частей. Как бы ни различались между собой силуэты, все они представляют собой видоизменения первоначального квадрата и, конечно, равны ему по площади.

97. Решение задачи представлено на рис. 102.

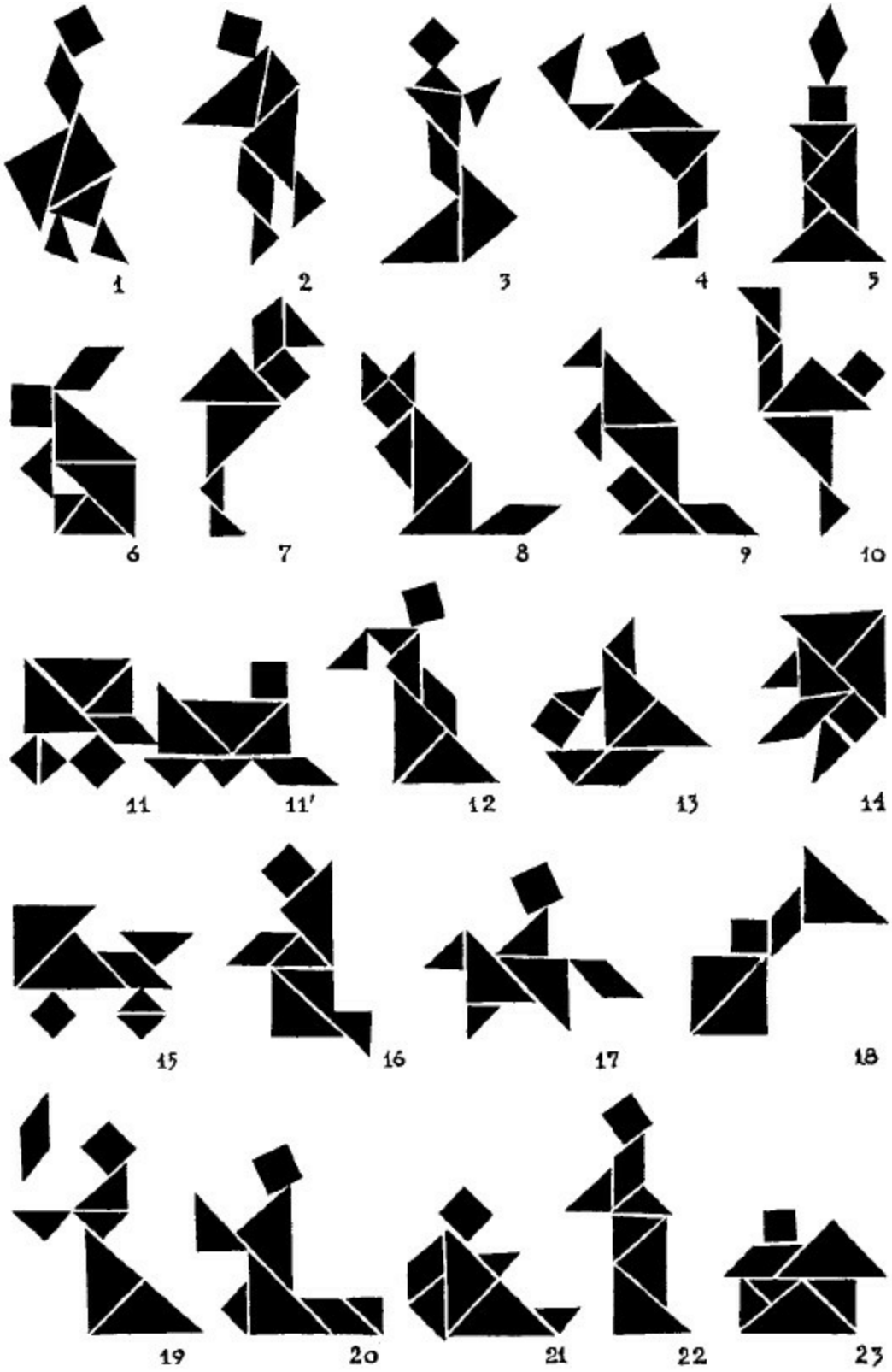


Рис. 102.

98. Каждый из больших треугольников по площади равен 1/4

квадрата; средний треугольник вдвое меньше и, следовательно, равен 1/8 площади квадрата. Каждый маленький треугольник вдвое меньше среднего, и значит, его площадь равна 1/16 площади квадрата. Параллелограмм и квадратик можно сложить из двух маленьких треугольников; следовательно, площадь каждой из этих фигур равна 1/8 площади исходного квадрата.

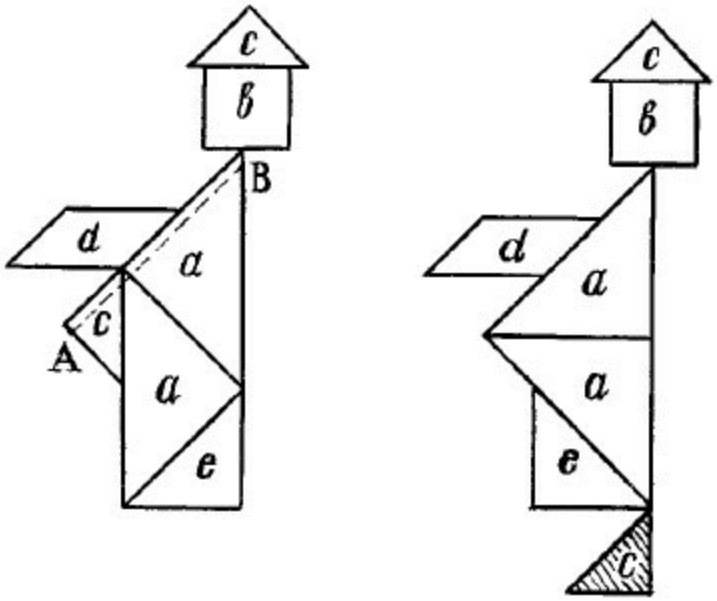


Рис. 103.

99. На рис. 103 показано, как составлены обе фигуры. Первая, безногая фигура, чуть-чуть толще второй – на узкую полоску, отрезаемую линией AB. Зато вторая фигура имеет ногу, и площадь этой «ноги» в точности равна площади избыточной полоски.

100. Один из двух квадратов образуют два больших треугольника. Второй нетрудно сложить из остальных 5 танграмов.

Примечания

1

* Данные относятся к 1924 г. – *Прим. ред.*

2

Козьмы Пруткова.

3

Точнее, не перегнать, а отстать, т. е. двигаться по поверхности Земли в сторону, обратную ее движению, так быстро, чтобы увеличить для себя продолжительность суток.

4

Человек может перегнать Землю и пешком – в 50 км от полюса.

5

Отсюда ясно, между прочим, что часто встречающееся в учебниках определение поверхности как «границы тела» несостоятельно; поверхность Мебиуса никакого тела ограничивать не может, а между тем это – поверхность…